International Journal of Human Sciences
ISSN:1303-5134

Volume: 12 Issue: 2 Year: 2015

Error and misconception: Relation of fraction and part-whole

Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi[1]

Kemal Altıparmak[2]
Melike Özüdoğru[3]

Abstract

In this study, students' fraction concept has been studied to reveal their errors and misconceptions. For this purpose, researchers prepared an "error and misconception diagnostic test" which consists of 34 questions about part-whole relationship (simple and compound fractions), number line, and comment. The reliability coefficient of this test is 0.86. The misconceptions diagnostic test was applied to 73 secondary school students and 113 university students. According to results, students participated in the study had five different misconceptions type about fractions. They are: Unequal partitioning misconceptions; misconceptions about the expansion and simplification of fractions; misconceptions resulting from conceiving number line in part-whole relationship; misconceptions because of using unequal parts of a whole while adding; misconceptions about adding numerators and denominators of fractions.

Keywords: Error; misconception; fraction; part-whole.

(Extended English abstract is at the end of this document)

Özet

Bu çalışmada öğrencilerin kesir konusundaki hata ve kavram yanılgıları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu amaçla 37 soruluk "hata ve kavram yanılgıları teşhis testi" hazırlanmıştır. Bu test kesir konusu için parça-bütün, sayı doğrusu, yorum kısmından oluşmaktadır. Bu testin güvenilirlik katsayısı 0.86 bulunmuştur. Hata ve kavram yanılgıları teşhis testi 73 ortaokul, 113 üniversite öğrencisine uygulanmıştır. Sonuçlara göre, öğrenciler 5 tipte kavram hatasına sahiptirler. Bunlar sırasıyla; bir bütünün eş olmayan parçalara ayrılması ile ilgili kavram hatası, Parça bütün üzerinde genişletme ve sadeleştirme konusunda kavram yanılgısı, Sayı doğrusunu parça bütün olarak görme konusundaki kavram yanılgısı, Toplama işlemi için eş olmayan bütünlerin kullanılması üzerine kavram yanılgısı, Paydası eşit olmayan kesirlerde toplama yapılırken paylar toplanıp paya, paydalar toplanıp paydaya yazılan kavram hatasıdır.

Anahtar kelimeler: Hata; kavram hatası; kesir; parça-bütün.

[1] Bu çalışma "Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu" 16-18 Mayıs 2015, Adıyaman'da özet bildiri olarak sunulmuştur.

[2] Yrd. Doç. Dr., Ege Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kemal.altiparmak@ege.edu.tr
[3] Araştırma Gör., Celal Bayar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, melikeozudogru2004@yahoo.com

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

1. GİRİŞ

Kavram (concept), kelimenin isim halidir ve benzer özelliklere sahip olay, fikir ve objeler grubuna verilen ortak isimdir (Kaplan, 1998). Kavram yanılgısı ise bir konuda uzmanların üzerinde hem fikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış olarak ifade edilmektedir (Zembat, 2010). Hata (error) ile kavram yanılgısı arasında fark vardır. Kavram yanılgısı hata veya bilgi eksikliğinden dolayı verilen yanlış cevaptır şeklinde açıklanmamaktadır. Kavram yanılgısı hatalı bilişsel yapının bir parçasıdır. Smith, diSessa ve Roschelle (1993'den Akt. Zembat, 2010)'e göre kavram yanılgısı sistemli biçimde hata üreten algı biçimi olarak açıklanmaktadır. Öğrencilerin sahip olduğu kavramlar, kendi içlerinde belirli bir bütünlük halinde olmaları ve günlük hayattaki bazı tecrübelerden destek almaları nedeniyle değiştirilmeye ve olumlu yönde geliştirilmeye dirençlidir (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Kavram yanılgıları öğrencilerin yeni bilgiler öğrenirken ön bilgilerini kullanmalarında yetersizlik yaşamalarına, zihinlerinde kavramsal değişimi sağlamada başarısızlığa uğramalarına, kavramlar öğrenilirken anlam bütünlüğünün kurulamamasına, öğretilen bilgilerin eksik olmasına, konu içinde geçen yabancı kelimelerin çok fazla olmasına, diğer bilgilerle uyuşmaması yanında ders kitapları ve öğretmen faktörlerine bağlamaktadır (Keçeli, 2007).

Kavram yanılgısı (misconception) aynı zamanda yanlış anlama (misunderstanding) ile karıştırılmaktadır. Yanlış anlamada öğrenciler yanlış yaptığı söylendiğinde yanlışlığı kolaylıkla değiştirebilir fakat kavram yanılgısında öğrenciler değişikliklere karşı direnç gösterirler (Zembat, 2010). Yenilmez ve Yaşa (2008)'a göre kavram yanılgısı zihinde bir kavramın yerine oturan fakat bilimsel olarak o kavramın tanımından farklı olması demektir. Öğrenciler hatalarının doğru olduğunu nedenleri ile birlikte açıklayabiliyorlarsa ve kendilerinden emin olduklarını söylüyorlarsa o zaman kavram yanılgısı varlığından söz edilebilir. Eğer genelleştirme yapılırsa bütün kavram yanılgıları birer hatadır fakat bütün hatalar kavram yanılgısı değildir (Yenilmez ve Yaşa, 2008).

Kavramların matematik eğitiminde de önemli bir yeri vardır. Kavram yanılgısına düşülen alanlardan biri de kesirlerdir. Bölüm, oran, parça-bütün ilişkisi veya ölçüm gibi farklı kavramlarla yorumlandığı için kesir kavramı, ilköğretim, lise ve sonrasında anlaşılması en zor matematiksel kavramlardan biri olarak görülmektedir. Kesirlerin öğrenilmesinde karşılaşılan güçlükler birçok araştırmanın konusu olmuştur. Bu konuda yapılan araştırmalarda öğrencilerin kesirleri tanımlama, eş parçalara ayırmada zorlandıkları (Pesen, 2008; March, 1990), kesirler konusunda her seviyede kesir kavramını anlama zorluğu çektikleri (Aksu, 1997; Mills, 2011), öğrencilerin kesir problemleri ile ilgili bazı hata ve kavram yanılgılarına sahip olduğu (Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010) belirlenmiştir.

Ulusal Matematik Danışma Üyeleri "The National Mathematics Advisory Panel" (NMAP, 2008'den Akt. Misquitta, 2011) topluluğunun son raporunda ortaokul öğrencilerinin % 40'ı, lise ve üniversite öğrencilerinin % 50'si temel düzeyde kesir kavramını anlamakta güçlükler yaşadığı belirlenmiştir.

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

Öğrencilerin doğal sayılar ve tamsayılarla ilgili ön bilgileri kesir kavramını algılamayı güçleştirmektedir (Misquitta, 2011). Öğrenciler karşılaştıkları kesir problemlerini tamsayılarla ilgili bilgilerini kullanarak çözmeye çalışırlar. Örneğin, öğrenciler kesirleri sıralarken 1/8'in 1/7'den daha büyük olduğunu belirtirler çünkü tamsayılarda 8'in 7'den daha büyük olduğunu öğrenmişlerdir; ya da 3/4 ile 4/5'in aynı olduğunu çünkü pay ve payda arasındaki farkın iki kesirde de 1 olduğunu belirtebilirler (Behr, Wachsmuth, Post vd'den 1984'den Akt. Gould, 2005). Bir başka ifadeyle, öğrencilerin tamsayılarla ilgili var olan kavramsal şemaları kesirlerin sıralanmasının kavranmasını olumsuz olarak etkilemektedir. Soyut olarak rakamlar dünyasında saymaya alışan öğrenciler, sayı doğrusu üzerinde kesri nereye yerleştireceklerini bilememektedirler (Misquitta, 2011). Ayrıca öğrenciler iki doğal veya tam sayı arasında pek çok kesirli sayı olduğu için kesir kavramına kolaylıkla adapte olamamaktadırlar. Kesirli sayıları anlamanın temelinde bütünün parçaları olduğu fikri yatmaktadır. Bir bütün nesne pek çok eşit parçaya bölünebilir ve bütüne göre her parçanın ifade edilmesi öğrenci için yeni bir sayı ifadesidir (Mills, 2011). Diğer taraftan parça bütün ilişkisi 9/8 gibi payı paydasından büyük olan kesirlerde kavramayı negatif olarak etkileyebilir (Misquitta, 2011). Yanık, Helding ve Flores (2008)'e göre öğrencilerin büyük çoğunluğu bileşik kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki yerini belirlemede, bileşik kesirleri tam sayılı kesre çevirip kavramada zorluklar yaşamaktadırlar. Sayı doğrusunu da birbirine bağlı, sürekli birimler topluluğu yerine sadece birim olarak algılamaktadırlar. Bu nedenle öğrenciler kesirli sayıları anlamsız ve karmaşık bulurlar. Kesir kavramını algılamaları için öğrencilerin tamsayıların sayı doğrusu üzerindeki sürekliliğini zihinlerinde organize etmeleri gerekir (Mills, 2011). Kesirlerin sıralanması ile ilgili kavram yanılgıları için Vinner (1997) "Paydası büyük olan kesir küçüktür" şeklinde hatalı kesir karşılaştırma stratejisine sahip öğrencilerin uygulanmada yanlış akıl yürütmeyle doğru cevaplar verebildiğini belirtmiştir. Kavram yanılgıları, Graeber ve Johnson (1991) tarafından aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış aktarım ve kısıtlı algılama nedeniyle oluşan kavram yanılgıları olmak üzere dört ayrı kategoride ele alınmaktadır (Akt. Zembat, 2010). Aşırı genellemede belli bir duruma ait bir kural, prensip veya kavramın diğer durumlarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer durumlara da yayılmasıdır. En sık karşılaşılan kavram yanılgısı çeşidi aşırı genellemedir (Zembat, 2010). Örneğin, öğrenciler "çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür" türü bir kavrayış geliştirebilmektedir. Bu kavrayış (1/3)x(2/5) şeklinde bir çarpma işlemi yapıncaya kadar geçerliğini sürdürmektedir. Öğrencinin çarpma işlemi ile ilgili sahip olduğu kavram yanılgısı bu tür bir hata yapmasına neden olmaktadır. Aşırı özelleme ise, bir kuralın, prensibin veya kavramın kısıtlı bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi veya kullanılmasıdır. Örneğin, kesirlerle ilgili işlemlerin sadece aynı paydaya sahip kesirlere kısıtlanması aşırı özellemeye bir örnektir. Başka bir ifadeyle, tüm bir sınıfa ait bir özellik örneğin, kesirlerde çarpma işlemine ait olan bir prensip bir alt sınıfa (eş-paydalı kesirlere) kısıtlanmaktadır. Bu tarz bir algıya sahip öğrenci iki kesrin çarpımını"(2/3) x (1/6) = (4/6) x (1/6) = 4/36" seklinde yapabilir. Bu durum, yapılan işlemin sonucu doğru olsa da öğrencileri hem gereksiz işlem yapmaya hem de pay ve paydadaki sayıların çok büyük verilmesi durumunda içinden çıkılması zor işlemlere veya hatalara sürükleyebilecektir (Zembat, 2010). Yanlış aktarım kavram yanılgıları ise; işlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümle gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zinciridir. Örneğin,"2 ÷ (1/3)" işlemi ile bulunabilen bir sözel problem yazınız sorusunu zihinlerine yanlış aktararak, "iki pasta üç kişi arasında pay edilirse kişi başı kaç pasta düşer?" şeklinde problemler üretebilmektedirler. Başka bir ifadeyle, "2÷(1/3)" işlemini "2÷3" olarak aktarmaktadırlar (Ma, 1999; Akt: Zembat, 2010). Bu hatanın temelinde bölme kavramının tam olarak yapılandırılamaması vardır. Bölmeyi bir sayı içinde başka bir sayının adedini belirlemek olarak algılayamayan, çarpma ile bölmeyi bu bağlamda kavramsal olarak birbirine karıştıran, sonuçta elde edilecek miktarın bölen ve bölünen cinsinden anlamını göz ardı eden bir öğrenci bu hata zincirinin bir sonucu olarak yanlış aktarım tarzı bir yanılgıya düşebilmektedir. Bir diğer önemli kavram yanılgısı, kavramı kısıtlı olarak anlamaktır. Örneğin, "Aşağıdakilerden hangisi 1/2'yi gösterir?" tarzındaki bir soruyla karşılaşan öğrencilerden (I)'de ki şekli cevap olarak seçenlerin kesirleri kısıtlı anladıkları söylenebilir.

(I) *(II)*

Sekil 1: ½ kesir modeli

Örneğe göre, kesri "bir bütünü belli sayıda parçaya bölmek" ya da " belli sayıda parçaların kombinasyonu" olarak kısıtlı kavrayan öğrencilerin birinci maddeyi doğru kabul etmeleri sahip oldukları kavram yanılgılarını açıkça göstermektedir. Eş parçalama kavramı parçalama işleminde etkin kullanılmazsa bu tarz sonuçlar çıkabilir (Zembat, 2010: 50). Kar ve Işık (2015) çalışmasında genel olarak hataların; kesir sayılarının uygun birimler ile ifade edilememesi, doğal sayılardaki alışkanlıkların kesir sayılarına genellemesi ve kesir sayılarının belirttiği parça-bütün ilişkisinin anlaşılamaması üzerine odaklandığı görülmektedir. Kesirli sayıların öğretimi kavramsal anlama yerine genel kural ve işlemlerin öğrenilmesi ile gerçekleşmektedir. Bu nedenle kesirlerin günlük yaşamda kullanılması gerçekleşememektedir. Öğrenciler kesirleri anlama yerine formülleri ve algoritmayı ezberlemekte ve kesirlerin pay ve paydalarını farklı iki tam sayı olarak algılamaktadırlar. Geleneksel matematik eğitimi anlayışında, matematiksel bilgiler küçük beceri parçacıklarına ayrılmış, bir nedene dayandırılmayan bir sürü bağıntı, kural ve simgeler öğrencilere verilir. Öğrenciler ezbere dayalı öğrenmeye sevk edilir. Sonuç olarak, öğrenciler gösterilmeyen bir problemi çözemeyen ve kavramsal öğrenmeyi gerçekleştiremeyen ezberci bireyler haline gelirler (Olkun ve Toluk, 2000'den

Akt Soylu ve Soylu, 2005). Kesirlerde toplama çarpma ve bölme gibi kurallar öğretilerek öğretimin başarılı olduğu düşünülebilir. Fakat öğrenciler bu işlemleri yaparken neden payda eşitlediklerini; neden payları çarpıp paya, paydaları çarpıp paydaya yazdıklarını ya da ikinci kesrin ters çevrilip çarpılmasının niçin yapıldığını açıklayamayabilirler (Orhun, 2007). Bu nedenle, öğrencilerin bu işlemlerden önce kesir kavramı konusunda yeterli bilgiye sahip olup olmadıklarının belirlenmesi gerekmektedir (Mack, 1990).

NMAP (2008) tarafından açıklanan kriterlere göre, öğrenciler 4. sınıfın sonuna kadar kesirler belirlenmesi ve temsillerinde; 5. sınıfın sonuna kadar kesirlerin büyüklüklerinin karşılaştırılması, toplanması ve çıkarılmasında; 6. sınıfın sonuna kadar çarpılmasında ve bölünmesinde; 7. sınıfın sonuna kadar ise pozitif ve negatif kesirlerle ilgili tüm işlemleri yapmada akıcı olmalıdırlar (Misquitta, 2011). Fakat Şiap ve Duru (2004)'ya göre öğrenciler bu işlemlerini her yıl rutin bir şekilde öğrenmelerine rağmen daha sonraki yıllarda bu işlemlerin nasıl yapıldıklarını unuturlar. Yapılandırmacı yaklaşıma göre hazırlanan yeni matematik öğretme sürecinde ise işlem bilgisi yerine kavramların ve matematiksel ilişkilerin kavratılması üzerinde durulmuştur (Meb, 2013). Kavramsal öğrenme, kavram ve işlemler arasındaki ilişkileri kurup farklı bağlamlarda kullanabilmeyi gerektirir (Wong ve Evans, 2007).

Kesirler ile ilgili yapılan araştırmalar göz önüne alındığında ilköğretimden üniversite seviyesine kadar her düzeyde öğrencilerin kesirlerle ilgili zorluklarla karşılaştıkları belirlenmiştir. Bu durum konunun farklı sınıf düzeylerinde ele alınıp detaylı bir şekilde araştırılmasını gerektirmektedir. Bu çerçevede bu araştırmanın amacı, ortaöğretim ve üniversite de öğrenim gören öğrencilerin kesirlerle ilgili yaptıkları hataları ve kavram yanılgılarını belirlemektir.

2. YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada var olan bir durumu ortaya çıkarmak için tarama modeli kullanılmıştır. Araştırma tarama modelinde betimsel bir araştırmadır. Tarama modeli geçmişte ya da o anda var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimleyen araştırma yaklaşımıdır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009). Araştırmaya konu olan olay, birey ya da nesne, kendi koşulları içinde ve olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır. Onları, herhangi bir şekilde değiştirme ve etkileme çabası gösterilmez (Karasar, 2005). Çalışmada nicel veriler "hata ve kavram yanılgıları teşhis testinin" sonuçlarından elde edilmiştir.

2.2. Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın örneklemini, 2012–2013 öğretim yılı güz döneminde, Ege Bölgesinden rastgele seçilen iki devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde ve iki ortaöğretim okulunda öğrenim görmekte olan 186 öğrenci oluşturmaktadır. Uygulama 2012-2013 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde yapılmıştır. Sınıf düzeyine göre bakıldığında 73 ortaöğretim öğrencisi ve 113 üniversite öğrencisi örneklemi oluşturmaktadır.

2.3. Veri Toplama ve Analizi

Çalışmada veri toplama aşamasında "hata ve kavram yanılgıları teşhis testinde" yer alan soruların hazırlanması aşamasında milli eğitim bakanlığının hazırlamış olduğu müfredat doğtultusunda ve ilgili alan yazın analiz edilerek ve bu analizler ışığında sorular oluşturulmuştur. Konu ile ilgili taranan alan yazın, araştırmada bulguların yorumlanması ve önerilerin sunulmasına kuramsal temel oluşturmuştur. Matematik eğitiminde uzman 3 eğitimcinin sorulara yönelik görüşleri de dikkate alınarak araştırmacılar tarafından, kesirlerde parça-bütün (basit ve bileşik kesir), toplama, çarpma ve sayı doğrusu konularını kapsayan sorulardan oluşan 37 soruluk "kavram yanılgıları teşhis testi" oluşturulmuştur. Başlangıçta 40 soruluk olan bu testte uzmanların görüşleri doğrultusunda 3 soru çıkartılmıştır. Bu testin güvenilirlik katsayısı Cronbach alfa 0,86 dır. Verileri analiz etmek için öğrencilerin her bir soruya verdikleri doğru işaretlemeler ve cevaplar için 1 puan yanlış ve boş işaretlemeler ve cevaplar için ise sıfır 0 puan verilmiştir. Testin her bir sorusuna ilişkin doğru ve yanlış cevapların yüzdeleri hesaplanarak tablo halinde sunulmuştur.

2.3.1. Hata ve kavram yanılgıları teşhis testinin yapısı

Hata ve kavram yanılgıları teşhis testinin yapısı matematik öğretiminde somut aşama, yarı-soyut aşama ve soyut aşamayı kapsayacak şekilde oluşturulmaya çalışılmıştır. Böylece daha detaylı bir inceleme gerçekleştirilebilecektir. Kavram yanılgılarını ortaya çıkarabilmek için benzer alanlarda birbirlerine benzer ve paralel sorular sorulmuştur (Biber ve ark., 2013). Bu testin yapısı aşağıdaki şekildedir.

2.3.1.1. Kesir ve parça-bütün ilişkisi ile ilgili sorular: Bu tarzda sorular kesir kavramının parça bütün ile gösterimini içeren sorulardır. Burada soyut anlama sahip kesir kavramı parça-bütün gösterimi ile somut hale getirilmektedir. Bu sorular somut aşama için hazırlanmıştır. Bu alanda kavram yanılgılarını ortaya çıkarabilmek için aynı kazanımlara ait en az üç adet olmak benzer ve paralel sorular bulunmaktadır. Bu paralel ve benzer sorular teste arka arkaya sorulmamıştır. Bu alandaki soruların bazıları aşağıdaki gibidir.

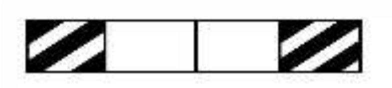
Aşağıdaki şekillerde $\frac{2}{4}$ kesrine karşılık gelen şekillerin altlarındaki parantez içlerine çarpı işareti (X) koyunuz.

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

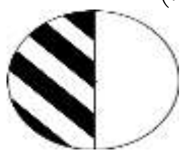
(….)

(….)

(….)



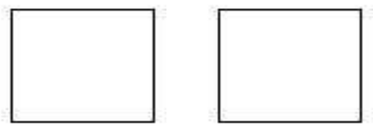
(…..)



(….)

(….)

Aşağıdaki eşit iki tepsi keki 3 kişi arasında paylaştırınız.

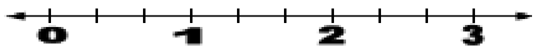


Aşağıdaki işlemlerin sonucunu parça-bütün kullanarak bulunuz?

$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}+2\ \frac{2}{3}$

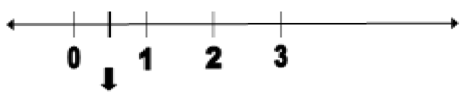
2.3.1.2. Kesir ve sayı doğrusu ilişkisi ile ilgili sorular: Kesrin sahip olduğu anlam parça bütün yanında sayı doğrusu üzerinde de yer bulmalıdır. Bu doğrultuda somut anlama sahip olan parça-bütün ilişkisi sayı doğrusuna transfer edilmektedir. Bu alanla ilgili teste 7 soru bulunmaktadır. Yarı-soyut aşamada görülen bu durumla ilgili soruların bazıları aşağıdaki şekildedir.

Aşağıdaki sayı doğrusunda 2/3 'ü işaretleyiniz.

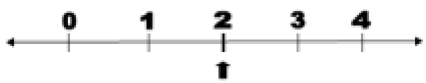


(….)

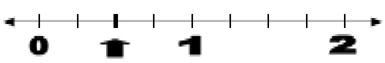
Aşağıdaki sorularda $\frac{2}{4}$ kesrine karşılık gelen şekillerin altlarındaki parantez içlerine çarpı işareti (X) koyunuz. Bu alanla ilgili örnek sorulardan bazıları aşağıda sunulmuştur.



(….)



(….)



(….)

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

$1\frac{3}{2} + 2\,\frac{2}{3}$ işlemini sayı doğrusu üzerinde yapınız.

2.3.1.3. Yorum soruları: Kavram somut ve yarı-soyut aşama sonrasında soyut anlama ulaşır. Bu alanda 2 soru hazırlanmıştır. Bu sorular sırasıyla şöyledir.

$10 \times \frac{2}{5} = 4$ (1) $10 \times \frac{3}{2} = 15$ (2)

10 sayısı her iki durumda da bir kesirle çarpılmıştır. Birinci ifadede sonuç 10'dan küçük bir sayı yani 4, ikinci ifade de sonuç 10'dan büyük bir sayı yani 15'tir. Bunun nedenini açıklayabilir misiniz? Bu soru tablo 1de C1 olarak isimlendirilmiştir. Diğer soru şu şekildedir.

Kutularda verilen (1-3-4-5-6-7) sayı kartlarını yalnız bir defa kullanarak oluşturulan iki kesrin toplamının mümkün olduğunca bire yakın olacağı fakat 1'e eşit olmayacağı şekilde bir toplam yazınız.

$\boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}$

$\boxed{6}\ \boxed{7}$

$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$

Bu soru tablo 1 de C2 olarak isimlendirilmiştir.

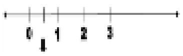
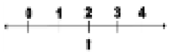
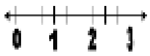
3. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın amacına uygun olarak belirlenen bulgulara yer verilmiştir. Çalışmanın örneklemini oluşturan öğrencilerin karakteristiklerine ilişkin dağılımlar Tablo 1'de görülmektedir.

Tablo 1. Hata ve kavram yanılgıları teşhis testinin sonuçları

Öğrenme alanları	Öğrenme alanları için farklı soru tipleri	Ortaöğretim öğrencileri (73öğrenci)					Üniversite öğrencileri (113 öğrenci)				
		Öğrenci sayısı		Yüzde		Hatanın ortalama yüzdesi	Öğrenci sayısı		Yüzde		Hatanın ortalama yüzdesi
		Doğru	Hata	Başarı	Hata		Doğru	Hata	Başarı	Hata	
Kesirler için parça bütün ile ilgili sorular (somut)	1) Eş olamayan parçalarla ilgili sorular	53	20	72.6%	27.4%	48.2%	88	25	77.8%	22.2%	%31.9
	2) 2/4 kesiri için genişletme ve — a) 2/4 kesiri için bir bütün 6 eş parçaya ayrılıp 3 nün tarandığı durumlar	25	48	34.2 %	65.8%		79	34	69.9%	30.1%	

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

	B 2/4 kesiri için bir bütün 2 eş parçaya ayrılıp 1 nin tarandığı durumlar	35	38	%47,9	52.1%		87	26	%76,9	23.1%	
	3) İki tepsi kek üç kişi arasında paylaşım sorusu 	42	31	%57,5	42.5%		76	37	%67,2	32.8%	
	4) Kesirlerde parça-bütün yardımıyla toplama	34	39	%46,5	53.5%		55	58	%48,6	51.4%	
Kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili sorular (soyut)	2/4 kesirine uygun işaretlemenin sayı doğrusu üzerinde yapılması	29	44	%39,7	60.3%	%66.7	62	51	%54,8	45.2%	%53.8
	2/4 	14	59	%19,1	80.9%		61	52	%53,9	46.1%	
	2/4 	36	37	%49,3	50.7%		46	67	%40,7	59.3%	
	2/4 	28	45	%38,3	61.7%		73	40	%64,6	35.4%	
	2/3 ü sayı doğrusu üzerinde işaretleyiniz. 	21	52	%28,7	71.3%		39	74	%34,5	65.5%	
	Toplamayı sayı doğrusu üzerinde yapınız. $(1\frac{3}{2} + 2\,\frac{2}{3})$	18	55	%24,6	75.4%		32	81	%28,3	71.7%	
Yorum soruları	C1	15		%20,5	79.5%	%82.9	24		%21,2	78.8%	81.9%
	C2	10		%13,6	86.4%		17		%15	85%	

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

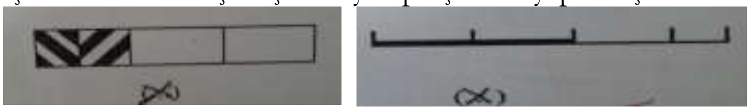
3.1. "Hata ve kavram yanılgıları teşhis testinde" öğrenci hataları

Bu bölümde "hata ve kavram yanılgıları teşhis testinde" öğrencilerin yaptığı hatalar incelenecektir. Tablo 1 de öğrencilerin yaptıkları hatalar somuttan soyuta doğru sunulmuştur.

3.1.1. Tablo 1 de kesirler için parça bütün ilişkisi olan sorular: Kesir kavramının parça-bütün üzerinde anlam kazanması matematik öğretiminde somut aşama olarak düşünülebilir. "hata ve kavram yanılgıları teşhis testinde" bu alanda 26 soru bulunmaktadır. Bu alandaki soru tipleri 4 alt alana ayrılmıştır. Bunlar sırasıyla şöyledir: Bir bütünün eş parçalara ayrılmamış durumları; 2/4 kesiri için genişletme ve sadeleştirme; eşit iki tepsi kekin paylaşımı; parça-bütün yardımıyla toplamadır.

3.1.1.1 Bir bütünün eş parçalara ayrılmamış durumları: Tablo 1 de ortaöğretim öğrencilerinin 27.4% si üniversite öğrencilerinin 22.2% si eş parçalara ayrılmayan bütünlerde istenilen kesir için işaretleme yapmışlardır. Bazı öğrenciler şekil 1 deki gibi işaretlemeler yapmışlardır.

Şekil 1. Kesirler için eş olmayan parçalarda yapılan işaretlemeler



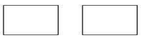
Bu şekilde işaretleme yapan öğrencilerin matematiksel olarak kesir tanımında sorunları olduğu söylenebilir. Bu durum ortaya çıkmasında en büyük etkenlerden biri öğrencilerle kesir kavramı için yeterince parça-bütün etkinliklerinin sınıf içerisinde yapılmadığı söylenebilir.

3.1.1.2. 2/4 kesiri için genişletme ve sadeleştirme: Bu alanda 2/4 kesiri için sırasıyla bir bütün a) 6 eş parçaya bölünerek 3ü taranmış sorular; b) İki eş parçaya bölünerek biri taranmış sorular bulunmaktadır. Çalışmaya katılan ortaöğretim öğrencilerinin 65.8% i ve üniversite öğrencilerinin 30.1% i a tipindeki durumları işaretlememişlerdir. Ortaöğretim öğrencilerinin 52.1% i ve üniversite öğrencilerinin 23.1% i b tipindeki şekilleri işaretlememişlerdir. Bu iki durum için hata ortalaması ortaöğretim öğrencilerinde 58.9, üniversite öğrencilerinde 26.6 dır. Şekil 2 de bu durumlara uygun şekiller için bazı öğrenciler işaretleme yapmadıkları görülmüştür.

Şekil 2. 2/4 kesiri için genişletme ve sadeleştirme ile ilgili şekillerde yapılmayan işaretlemeler

Genişletme ve sadeleştirme işlemlerinde öğrencilerin sorun yaşamasının en önemli nedenlerinden biri bir önceki durumda olduğu gibi öğretimin somut aşamasında ki sıkıntıdır. Öğretime matematikleştirme aşamasından başlanmasıda öğrencileride matematiksel kavramları ezberleme ve kısıtlı düşünceye yönlendirebilir. Bu durum öğrencilerin problemlere farklı açılardan bakmalarına ve farklı çözüm geliştirmelerine engel olmaktadır.

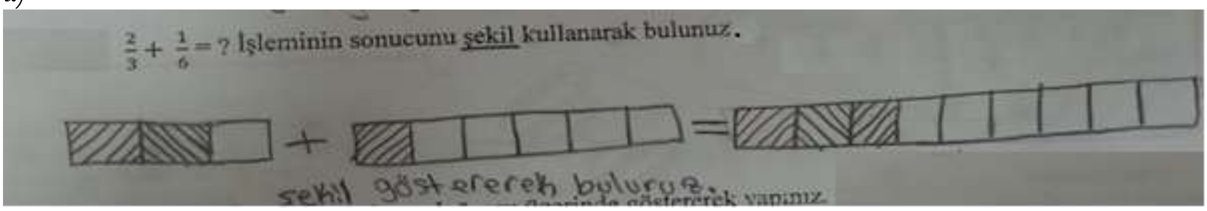
3.1.1.3. Eşit iki tepsi kekin üç kişi arasında paylaştırılması:

 Şeklinde iki tepsi keki üç kişi arasında paylaştırın sorusunu ortaöğretim öğrencilerinin 42.5% i, üniversite öğrencilerinin 32.8%i hatalı cevaplamışlardır. Bu öğrenciler iki bütünü 3 kişi arasında paylaştırmada sorun yaşamışlardır. Birçok öğrenci eş olmayan paylaşım yapmıştır. Bu durum onların bölme kavramındaki sorundan kaynaklanmış olabilir.

3.1.1.4. Parça-bütün ilişkisi ile toplam: Çalışmaya katılan öğrencilerden 2/3+1/6 işlemini parça-bütün üzerinde yapmaları istenmiştir. Ortaöğretim öğrencilerinin 53.5%i, üniversite öğrencilerinin 51.4%ü bu toplama işlemini parça bütün üzerinde yapamamışlardır. Öğrenciler aşağıda şekil 3 de görüldüğü gibi benzer hatalar yapmışlardır.

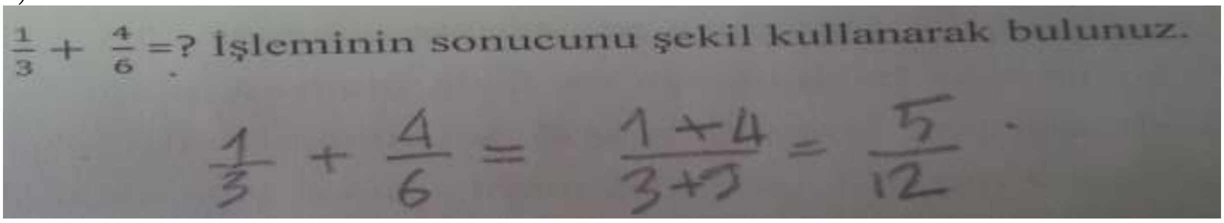
Şekil 3. *Parça-bütün ile toplama*

a)



Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

b)



Bu soruda hata yapan öğrencilerin matematiksel kavramın ya da matematiksel bir işlemin anlamlı hale getirilmesinde sorunları olduğu söylenebilir.

3.1.2. Sayı doğrusu üzerinde kesirlerin gösterilimi: Sayı doğrusu üzerinde kesirlerin gösterimi matematik öğretiminde "yarı soyut aşama" olarak görülebilir. "hata ve kavram yanılgısı teşhis testinde" bu alan ile ilgili 6 soru yer almaktadır. Tablo 1 den görülebileceği gibi bu altı soruda başarısızlık ortalaması ortaöğretim öğrenciler için 66.7%, üniversite öğrencileri için 53.8%dir. Bu alan da 2/4 için sayı doğrusu üzerinde işaretleme yapın şeklindeki sorular için bazı öğrencilerin yanlış işaretlemeleri şekil 4 (a) ve (b) de sunulmuştur.

Şekil 4. 2/4 için sayı doğrusu üzerinde işaretleme

(a) (b) (c)

Şekil 4 (a) ve (b) gibi yanlış işaretleme yapan öğrenciler şekil 4(c) de doğru durumu işaretlememişlerdir. Sayı doğrusu üzerinde 2/3 ü işaretleyin sorusuna ortaöğretim öğrencilerinin 71.3% ü, üniversite öğrencilerinin 65.5% si yanlış işaretlemelerde bulunmuşlardır. Hata yapan öğrencilerin bazıları sayı doğrusu kavramını parka-bütün olarak algılamaktadırlar. $1\frac{3}{2}+2\ \frac{2}{3}$ işlemini sayı doğrusu üzerinde yapınız şeklindeki soruya ortaöğretim öğrencilerinin 75.4% üniversite öğrencilerinin 71.7% si yanlış gösterim yapmışlardır. Bir önceki somut aşamada var olan sorunlar yarı-soyut aşamada devam etmiştir.

3.1.3. Tablo 1 deki yorum soruları:C1 sorusuna ortaöğretim öğrencilerinin 79.5% i, üniversite öğrencilerinin 78,8% i istenmeyen yorumlar vermişler veya cevaplayamamışlardır. İstenmeyen yorumlarda bulunan öğrenciler basit ve bileşik kesir kavramlarının ne ifade ettiği, bunların parça-bütün ve sayı doğrusu için anlamlarını ve bölme kavramını yeterince vurgulayamamışlardır.

C2 sorusuna ortaöğretim öğrencilerinin 86.4% ü, üniversite öğrencilerinin 85% i istenmeyen cevaplar vermişlerdir. İstenmeyen cevaplar veren öğrencilerde kesirin ifade ettiği reel sayı, kesirin pay ile paydası arasındaki ilişki gibi kavramlar yeterince oluşmadığı söylenebilir. C1 ve C2 sorularının ortalama başarısızlık oranı ortaöğretim öğrencileri için 82.9% I, üniversite öğrencileri için 81.9% dur.

Tablo 1 deki üç alanın (kesirler için parça bütün soruları, sayı doğrusu üzerinde kesir gösterimi soruları, yorum soruları) ortalama hatalarına sırasıyla bakıldığında ortaöğretim ve üniversite öğrencileri için giderek artmaktadır. Bu durum somut, yarı-soyut, soyut basamaklarının oluşumunda önceki basamakların yeterince oluşmaması sonraki basamakların oluşumunu olumsuz etkilediği anlamına gelebilir.

3.2. "Hata ve kavram yanılgısı teşhis testinde" öğrencilerin kavram hatalarının sınıflandırılması

Bu bölümde çalışmaya katılan öğrencilerin yaptıkları hatalar incelenerek kavram hatası tipinde olanlar belirlenmeye çalışılmıştır. Kavram hatalarının tespiti şu şekilde yapılmıştır. Öğrenci yaptığı hatada ısrarlı ise diğer bir deyişle benzer tipte sorularda yaptığı hatayı aynen sürdürüyorsa (Kavram hataları dirençlidir) (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Öğrenciler yaptıkları hataları nedenleriyle birlikte doğru olduğunu savunuyorsa istenilen konuda kavram hatasına sahiptir (Yanik ve arkd,. 2008).

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

Tablo 2: Kesirler ile ilgili öğrenme alanlarına göre kavram yanılgılarına sahip öğrenci sayı ve yüzdesi

Öğrenme alanları	Kavram yanılgıları	Ortaöğretim öğrencileri (73 öğrenci)		Üniversite öğrencileri (113 öğrenci)	
		Kavram yanılgısına sahip öğrenci sayısı	Kavram yanılgısına sahip öğrenci yüzdesi	Kavram yanılgısına sahip öğrenci sayısı	Kavram yanılgısına sahip öğrenci yüzdesi
Parça-bütün	1. Bir bütünün eş olmayan parçalara ayrılması	16	%21,9	19	%16,8
	2. Parça bütün üzerinde genişletme ve sadeleştirme	43	%58,9	30	%26,6
Kesir ve sayı doğrusu ilişkisi	3. Sayı doğrusunu parça bütün olarak görme	37	%54,6	51	%40,3
Parça-bütün ile toplama	4. Toplama işlemi için eş olmayan bütünlerin kullanılması	37	%50,6	50	%36,2
	5. Paydası eşit olmayan kesirlerde toplama yapılırken paylar toplanıp paya, paydalar toplanıp paydaya yazılması	15	%20	13	%11,5

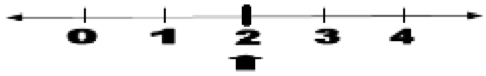
3.2.1. Bir bütünün eş olmayan parçalara ayrılması ile ilgili kavram hatası: Kesir bir bütünün eş parçalarından istenilen kadarıdır. Bu çalışmada bazı öğrenciler bu konuda kavram hatasına sahiptirler. Tablo 1 de ortaöğretim öğrencilerinin 27.4% si, üniversite öğrencilerinin 22.2%si bir bütünün eş parçalara ayrılmamış durumlarında işaretlemelerini ısrarla sürdürmüşlerdir. Ortaöğretim öğrencilerinin 21.9% u, üniversite öğrencilerinin 16.8%i bu tipte hatayı tekrarlamışlardır. Diğer bir deyişle bu konuda kavram hatasına sahiplerdir. Diğer bir bakış açısıyla bu alandaki sorularda hata yapan ortaöğretim öğrencilerinin öğrencilerin 79.9% u, üniversite öğrencilerinin 75.6% sı hatalarını sürekli hale getirerek kavram yanılgısına neden olmuşlardır.

3.2.2. Parça bütün üzerinde genişletme ve sadeleştirme konusunda kavram yanılgısı:2/4 kesrine uygun taralı parça bütünü işaretleyiniz sorusunda bir kısım öğrenci 2/4 ün sadece bir bütünün 4 eş parçaya ayrılıp iki tanesinin taranmasıyla elde edileceğini kısıtlı olarak düşünmüşlerdir. Diğer durumları (bir bütünün 2 eş parçasından birinin tarandığı, bir bütünün 6 eş parçasından 3 nün tarandığı) kabul etmemişlerdir. Bu durum öğrencilerin bazılarının parça-bütün üzerinde sadeleştirme ve genişletme konusunda kavramsal yanılgıları olduğunu göstermektedir. Çalışmada bu kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yüzdesi; ortaöğretim öğrencileri için 58.9%, üniversite öğrencileri için 26.6% dir. Diğer bir bakış açısıyla bu alandaki sorularda hata yapan ortaöğretim öğrencilerinin öğrencilerin 100% ü, üniversite öğrencilerinin 100% ü hatalarını sürekli hala getirmişlerdir. Bu öğrenciler 2/4 kesrinin sadeleştirilmiş halinin 1/2 olduğunu işlem olarak bilmektedirler. Fakat parça bütün üzerinde böyle bir durumu düşünememektedirler. Bu durumda şöyle bir sonuç çıkarılabilir. Bu öğrenciler işlemi doğru yapıyor fakat öğretimin daha alt basamaklarında var olan ve somut olarak görülen parça-bütün aşamasında sorun yaşaması, bilgileri ezberlediklerinin bir göstergesi olarak düşünülebilir. Gerçek hayatla (Gerçek hayat problemleri, parça bütün etkinlikleri, vb.) desteklenmeyen bir öğrenme modelinde ön bilgilerden faydalanmadan kurulan öğrenme basamakları kuvvetli olmayacaktır. Diğer bir deyişle anlamlı öğrenme gerçekleşmeyecektir. Anlamlı öğrenmenin olmadığı yerlerde kavram yanılgıları boldur.

3.2.3. Sayı doğrusunu parça bütün olarak görme konusundaki kavram yanılgısı: Çalışmada bu kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yüzdesi; ortaöğretim öğrencileri için 54.6%, üniversite öğrencileri için 40.3% dür. Bu yanılgıya sahip öğrencilerden bazıları 2/4 e karşı gelen durumu sayı doğrusunda işaretleyiniz sorusunda şekil 7de gösterilen durumu işaretlemişlerdir.

Şekil 7. Sayı doğrusunu parça bütün olarak görme konusundaki kavram yanılgısı

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404



Bu durum oluşmasındaki nedenlerden birisi öğrencilerin önceki yıllarda matematiksel ifadeler için sayı doğrusunu sınıf içerisinde yeterince kullanmadıklarından olabilir. Böylece sayı doğrusunun gerçek sayıları ifade ettiğini öğrenciler kavramamış olabilirler. Gerçekçi Matematik Öğretiminde resimlerden çentiklere geçiş aşamasında sayı doğrusu yer almaktadır. Bu transfer ilerde soyut anlamı oluşmasında basamak olacaktır.

3.2.4. Toplama işlemi için eş olmayan bütünlerin kullanılması üzerine kavram yanılgısı: *Bu* yanılgıya sahip öğrenciler kesirlerde toplama işlemini parça bütün üzerinde yapınız gibi sorularda her kesir için farklı büyüklükte bütün çizmişlerdir ve eş parçalar elde edilmeden toplama yapılmıştır. Çalışmada bu kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yüzdesi; ortaöğretim öğrencileri için 50.6%, üniversite öğrencileri için 36.2% dir. Şekil 3a bu duruma bir örnektir.

3.2.5. Paydası eşit olmayan kesirlerde toplama yapılırken paylar toplanıp paya, paydalar toplanıp paydaya yazılan kavram hatası: Bir grup öğrenci bu çalışmada paydaları eşit olmayan iki kesri toplarken payları toplayıp paya paydaları toplayıp paydaya yazmışlardır. Çalışmada bu kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yüzdesi; ortaöğretim öğrencileri için %20, üniversite öğrencileri için %11,5 dir. Böyle bir durum öğrencilerin matematik öğrenme esnasında neden-sonuç ilişkisini düşünmediklerinden ortaya çıkmış olabilir. Diğer bir deyişle sınıflarda analiz ve sentez aşamasına geçilmediği düşünülebilir. Bu durum ezber öğrenmeye neden olmuştur. Mantıkla desteklenmeyen ezber öğrenme zamanla unutularak yerini farklı formüllere bırakmıştır.

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Matematiksel kavramların öğrencilerde anlamlı olarak oluşması sırasıyla somut, yarı-soyut ve soyut aşamaların oluşmasıyla gerçekleşebilir. Bu aşamalar aynı zamanda gerçekçi matematik öğretiminde öğrenme aşamalarıdır. Somut aşamada günlük hayat durumları ya da modeller kavramda yatan anlamı somutlaştırır. Örneğin, 1/2 kesri için bir dikdörtgenin yarısının taranması somut aşama için uygun olmaktadır. Somut aşama sonrasında soyut aşamanın başlangıcı olarak yarı soyut aşamadan bahsedilebilir. Bu aşama kavramın somut olarak anlamlı hale gelmesinden sonra soyut düşünmeye doğru ilk adım olarak görülebilir. Parça-bütün arsında ilişkilerin anlaşıldığı, gerçek nesnelerin kendileri ya da resimleri yerlerine çentiklerin kullanıldığı, kavram içerisindeki değişkenler arasındaki ilişkilerin anlamlı hale getirildiği, somut ile soyut arasında kalan bir aşama olarak bahsedilebilir. Örneğin 1/2 kesrinin soyut anlama ulaşmasında sayı doğrusu üzerindeki yerinin gösterilebilmesi diğer sayılarla olan ilişkisini ortaya çıkarmada önemli bir aşamadır. Sayı doğrusu kavramların matematiksel ifadelere dönüşmesinde ve matematiksel anlamın oluşmasında köprü görevi yapmaktadır. Bir anlamda matematiksel modellerin soyutlaşmasının başlangıcıdır. Belli bir aşamadan sonra matematiksel kavramların sadece somut olarak anlaşılması matematiksel kavramların içerdiği anlamın tam olarak ortaya çıkarmada yetersiz kalabilir. Fakat somut düşünme kavramın anlamına ulaşmada önemli bir aşamadır. Somut aşamanın zamanla gelişmesi soyut düşünmeye doğru yol alması gerekmektedir. Soyut aşamada tanımlara ve genellemelere ulaşılır. Matematik bir soyutlama bilimidir (Katrancı, Altun, 2013) Kavramlar arasında ilişkiler kurulabilir. Diğer bir deyişle analiz ve sentez yapabilmek için soyut aşamaya ihtiyaç vardır. Bu aşamayla yaratıcılık gelişecektir. Yorum yapabilme gibi bilişsel özellikler soyut aşamada yer almaktadır. Matematik öğretimi sırasında bu üç aşamadan herhangi birisinin yeterince oluşmamasından dolayı matematiksel kavramda yatan anlam öğrencilerde istenilen düzeyde oluşmayabilir. Bunun sonucunda kavramın yanlış anlaşılması veya kavram yanılgıları ortaya çıkabilir.

Bu çalışmada hazırlanan sorular somut, yarı-soyut ve soyut aşamaları içermektedir. Somut aşamaya "Parça bütün ilişkileri", yarı-soyut aşamaya "kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösterimleri" ve soyut aşamaya "yorum soruları" ile ilgili sorular denk gelmektedir. Çalışmada somut aşamadaki sorulara ortaöğretim öğrencilerinin 48.2% si, üniversite öğrencilerinin 31.9%u hatalı cevaplar vermişlerdir. Bu somut alanda öğrencilerde "Bir bütünün eş olmayan parçalara ayrılması ile ilgili kavram hatası", "Parça bütün üzerinde genişletme ve sadeleştirme konusunda kavram yanılgısı" ve "Toplama işlemi için eş olmayan bütünlerin kullanılması üzerine kavram yanılgısı" türünde yanılgılar görülmüştür.

Çalışmada yarı-soyut aşamadaki sorulara ortaöğretim öğrencilerinin 66.7%si, üniversite öğrencilerinin 53.8%i hatalı cevaplar vermişlerdir. Bu yarı-soyut alanda öğrencilerde "Sayı doğrusunu parça bütün olarak görme konusundaki kavram yanılgısı" kavram hatası tespit edilmiştir.

Çalışmada soyut aşamadaki sorulara ortaöğretim öğrencilerinin 82.9% u, üniversite öğrencilerinin 81.9% u hatalı cevaplar vermişlerdir. Yorum sorularından C1 e ortaöğretim öğrencilerinin 79.5% i, üniversite öğrencilerinin 78.8% i istenmeyen cevaplar vermişlerdir. C2 sorusuna ortaöğretim öğrencilerinin 86.4% ü, üniversite öğrencilerinin 85%i hatalı cevaplar vermişlerdir. Behr, Wachsmuth ve Post (1985) yaptıkları çalışmada bu araştırma sorusuna benzer şekilde öğrencilerin toplamı bire eşit olan iki kesir yazmalarını istemişlerdir. Kesir büyüklüğünü anlamanın öğrencilerin kesirlerle ilgili işlemleri yapmaları ve problem çözmeleri için önemli olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca, toplamı bire eşit olan kesir yazmayı kavramsal birim olarak düşünemeyip, iki farklı tam sayı olarak algılayan öğrenciler için zor olduğu belirtilmiştir. Benzer sonuçlar bu çalışmada da gözlenmiştir.

Çalışmada rastlanan diğer bir kavram hatası "Paydası eşit olmayan kesirlerde toplama yapılırken paylar toplanıp paya, paydalar toplanıp paydaya yazılan kavram hatası" dır. Bu hataya sahip öğrenciler kesirlerde toplama konusu için parça-bütün ilişkisini kuramadığından dolayı mantıklı olmayan bir genelleme yapmıştır. Kocaoğlu ve Yenilmez (2010) bazen üniversite öğrencilerinin ev ödevlerinde veya sınav kâğıtların da bile $(a/b)+(a/c)=(a/b+c)$ ya da $(a/b)+(c/d)=(a+c/b+d)$ gibi hata ve yanılgılara rastlandığını belirtmiştir.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlardan biriside öğrencilerin kesirler konusunda pek çok işlemi ezberlediğidir. Bu durum öğrencilerin kesirler konusunda parça-bütün ilişkisini ifade etmekte yaşadığı sorunlardan anlaşılmaktadır. Literatürde bu duruma ait diğer bir deyişle öğrencilerin kesir konusunda ezbere işlemler yaptığı sonucuyla ilgili çalışmalara sık rastlanmaktadır (Aksu,1997; Orhun, 2007; Soylu ve Soylu, 2005; March (1990)).

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar ışığında kuralların ezberlenmediği, kurallara ulaşım için var olan somut ve yarı-soyut aşamalarla ilgili etkinliklerin sınıflarda yeteri seviyede yapıldığı bir öğretim modeli kavrama yanılgılarını ve hataların oranlarını düşürebilir. Kesirli sayıların görselleştirilmesinde dairesel, dikdörtgen modeller, sayı doğrusu ve farklı nesnelerin kullanılması kesirleri modelleme ile somut deneyimlerden soyut aşamaya geçişte etkilidir. Ayrıca, öğrenciler, günlük yaşamında kesirlerle nasıl karşılaşacağı ve onların nasıl kullanılacağı konusunda bilgilendirilmelidir. Her öğrenci günlük yaşamında kesir konusunun önemli bir yeri olduğunu görmelidir (Aksu,1997). Bu şekildeki bir hazırlık, kesir konusunun öğrenimi kolaylaştırabilir.

Matematik eğitiminde yapılan bazı araştırmalarda öğrencilerin doğru olmayan bazı genellemeler yaptığını öğretmenlerin bunları açığa çıkarmak için özel bir çaba göstermemesi durumunda bu durumların devam edeceği belirtilmiştir (Moss & Case, 1999; Soylu ve Soylu, 2005). Bu nedenle, kavram yanılgılarını tartışan ve açığa çıkaran öğretim stillerini kullanarak kavram yanılgıları sınırlandırılabilir. Öğrencilerin bir problem çözümünde veya belli konularda kullandıkları hatalı yaklaşımlar ve hatalı sonuçlar gözlemlendiğinde, öğretmenlerin öncelikle odaklanması gereken Zembat'ın (2010) da belirttiği gibi hatadan (yani sonuçtan) çok, hatanın kaynağı olan kavram yanılgısı ve dolayısıyla yanılgının kökeninde yatan algı biçimi olmalıdır.

KAYNAKLAR

Aksu, M. Student performance in dealing with fractions. The Journal of Educational Research. 1997;90(6):375-380.

Behr, M.J., Wachsmuth, I. and Post, R.T. Construct a sum: A measure of children'sunderstanding of fraction size. Journal for Research in Mathematics Education. 1985;16(2):120-131.

Biber, Ç.,Tuna, A., Aktaş, O. Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Bu Yanılgıların Kesir Problemleri Çözümlerine Etkisi. Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 2013; 3(2):152-162.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö, Karadeniz, Ş. and Demirel, F. Bilimsel araştırma yöntemleri. Pegem Yayıncılık. Ankara. 2009.

Karasar N. Bilimsel Araştırma Yöntemi, Nobel Yayın Dağıtım. Ankara. 2005.

Keçeli, V. Karmaşık sayılarda kavram yanılgısı ve hata ile tutum arasındaki ilişki.Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü: Ankara. 2007.

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

Kar T., Işık C. İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Öğrencilerin Kurdukları Problemlere Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi: Kesirlerle Toplama İşlemi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education) 2015; 30 (1): 122-136 [Ocak 2015].

Kocaoğlu, T., Yenilmez, K. Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları. Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi. 2010;14:71-85.

Mack, N.K. Learning fraction with understanding, building on informal knowledge.Journal for Research in Mathematics Education. 1990;21:16-32.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). Ortaöğretim Matematik Programı. 2013.

Mills, J. Body fractions: A physical approach to fraction learning. Australian PrimaryMathematics Classroom. 2011;16(2):17-22.

Misquitta, R. A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners inmathematics. Learning Disabilities Research and Practice. 2011; 26(2): 109-119.

Moss J., Case R. Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and experimental curriculum. 1999; 119-147. University of Toronto, Canada.

Katrancı, Y., Altun, M. İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Olasılık Bilgisini Oluşturma ve Pekiştirme Süreci, Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi 2013; 3 (2): 11-58.

Orhun, N. Kesir işlemlerinde formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki bilişselboşluk. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 2007;8(14):99-111.

Pesen C. Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 2008;9 (15):157–168.

Şiap, İ., Duru, A. Kesirlerde Geometriksel Modelleri Kullanabilme Becerisi. Kastamonu Eğitim Dergisi. 2004;12 (1):89-96.

Tall, D., Vinner, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to Limits and Continuity. Educational Studies in Mathematics. 1981;12: 151-169.

The National Mathematics Advisory Panel (NMAP). Reports of the task groups and Subcommittees. Washington, DC: U.S. Department of Education. 2008.

Vinner S. The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought processes in mathematics learning. Educational Studies in Mathematics. 1997;34: 97–129.

Yanik, H.B., Helding, B. and Flores, A. Teaching the concept of unit in measurementinterpretation of rational numbers. Elementary Education Online. 2008; 7(3): 693-705.

Yenilmez, K., Yaşa, E. İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları.Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 2008;21(2):461-483.

Zembat, İ.Ö. Kavram yanılgısı nedir? Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri, Edt.: Özmantar M. F., Bingölbali E. ve Akkoç H. Pegem Akademi: Ankara. 2010.

Wong, M, Evans, D. Students' conceptual understanding of equivalent fractions. In J. Watson & K. Beswick Mathematics: Essential Research, Essential Practice, Vol 2. Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education ResearchGroup of Australasia (pp. 824–833). Hobart, Australia, 2-6th July, 2007.

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

Extended English Abstract

1. Introduction

Misconception is the perception or conception that is different from ideas that experts agree on a subject matter. [20] There is difference between error and the misconceptions. Misconception cannot be expressed as the incorrect answer due to the error or lack of knowledge. Misconception is part of the erroneous cognitive structure. The concepts of students' because of being in a high integrity in daily life, and getting support from their own experience are resistant to change and to be developed in a positive direction. Misconception is also used sometimes instead of misunderstanding. However, in misunderstandings when students are said that they are wrong, they can easily change their mistakes, but in misconceptions students show resistance to change. [19] According to Yenilmez and Yaşa [19] misconception can be defined as a concept in the mind, but involving scientifically different meaning from the definition of the concept. Students' prior knowledge about the natural numbers and integers make understanding the fraction concept difficult. [10] Students try to solve fraction problems by applying their knowledge about integers. In other words, the conceptual scheme students have about integers negatively affects the understanding of fraction concepts and fraction sequencing. Students, who get used to counting using numbers, do not know where to place fractions on the number line. According to Yanik [18] the majority of students have difficulty in determining the location of compound fractions on the number line and convert compound fractions to simple fraction and gripping the conversion. Students perceive the number line as just a unit instead of perceiving it as interconnected continuous collection of units. Therefore, many students find fractions as meaningless and complicated. In order to perceive fractions, students need to organize in their minds the continuity of fractions on the number line. [9] Vinner [17] stated that for the sequencing of fractions can stem from the misconception of having incorrect fraction comparison strategies as "fractions with greater denominator is smaller" in practice can give correct answers with incorrect reasoning strategy. Conceptual learning requires the ability to establish relationships between concepts and processes and to be able to use them in different contexts. [21] When research related to fractions considered, students are faced with different kinds of challenges at all levels from primary to university level. This case requires the issues to be addressed and investigated in detail at different grade levels. In this context, the purpose of this research is to determine secondary school and university students' misconceptions investigate and review the reasons of errors about the fraction concept, addition, and interpretation of fractions. For this purpose, errors and misconceptions diagnostic test" was developed by the researchers whose details will be presented in the next section, and applied in order to identify the existing errors and misconceptions of these students.

2. Material and methods

2.1. *Research model*

In this study quantitative research model was used. In order to reveal the existing situation the survey model was used in the research. This research is a descriptive survey. Survey model is a research approach describing an existing case in the past or now as it is. [3] Events, individuals or objects that are the subject of research are defined under the circumstances as they are. There is no way attempting to influence and change events, individuals or objects. [4] At the study quantitative data is obtained from the results of "errors and misconceptions diagnostic test".

2.2. *The sample*

The research sample is formed from randomly selected 186 students of two state secondary schools and two state universities in the fall semester of 2012-2013. 73 secondary school students and 113 university students were applied the "errors and misconceptions diagnostic test".

2.3. *Data collection and analysis*

In the data collection phase of the study, while preparing the questions of "errors and misconceptions diagnostic test" related literature was reviewed. Questions were composed after this

Altıparmak, K., & Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404

analysis. By taking into consideration the opinions of three Mathematics education experts about questions "misconceptions diagnostic test" consisting of 34 questions covering the topics part-whole relationship (simple and compound fraction), addition, number line and interpretation questions have been developed by researchers. The reliability coefficient of the test is 0.86. While analyzing the data students are given one point for each correct answered and zero point for each wrong answered or unanswered questions. The percentage of correct and incorrect answers of each question of the test was tabulated. By examining students' answers to questions and solution ways, common errors and misconceptions were determined. At the study, secondary school students were not compared with university students instead just the determination of secondary school and university students' errors and misconceptions and the sources of these misconceptions are aimed.

2.3.1. *The structure of "Errors and misconceptions diagnostic test"*

The structure of "errors and misconceptions test" covers concrete stage, semi-abstract stage and abstract stages. Questions are classified in order to analyze fraction concept more meaningfully. These categories are as follows.

2.3.1. 1. *Part-whole relationships questions:* 3.3.1. 1. *Part-whole relationships questions:* Questions of this type involve the representation of fraction concept as part-whole. At this stage, the abstract concept of fractions transferred to concrete phase with part-whole representation. In order to reveal misconceptions and errors about this stage 26 questions have been prepared.

2.3.1.2. *Representation of fractions on the number line questions:* The meaning of the fraction should be well constructed about the number line. In this respect, a concrete understanding of part-whole relationship is transferred to the number line. There are six questions related to this stage.

2.3.1.3. *Interpretation questions:* After concrete and semi-abstract stages in order to identify the errors and misconceptions of the abstract stage two questions were prepared.

2. Findings

In this section results of the study are explained in accordance with the purposes of the research. The number of correct and false answers of students' about fractions are shown in Table 1.

2.2. Student's misconceptions in "errors and misconceptions diagnostic test" and their classification

In this section, errors made by the students are examined and the misconceptions are tried to be determined. The determination of misconceptions according to "errors and misconceptions diagnostic test" is performed as follows. If students are insistant on the mistakes they made in other words, if they are making the same mistakes at similar questions permanently and (misconceptions are resistant to change [19]), if students defending their answers by suggesting necessary explanations it can be said that they have misconceptions about the concept. [18] Students misconcepts are shown in table 2 for this study.

4. Discussion

Meaningful formation of mathematical concepts in students passes through the concrete, semi-abstract and abstract stages respectively. These stages are also the learning stages in Realistic Mathematics Education. One of the aims of mathematics teaching is students' achieving abstract stage. Abstract and semi-abstract stages after the formation of concrete stage is what are expected from students to be achieved.

In this study, questions include concrete, semi-abstract and abstract stages. Concrete step is represented under the "questions about part-whole relationships of fractions" part, semi-abstract stage is represented under the "questions about representation of fractions on the number-line" part and abstract stage is represented under the "interpretation questions" part. In this study, 48.2% of secondary students and 31.9% of university students gave incorrect answers for the questions of concrete stage. The determined misconceptions of students for the concrete stage are unequal partitioning misconceptions", "misconceptions about expansion and simplification of conducting fractions" and "misconceptions about the use of unequal parts of a whole for collections". In the study conducted by Kocaoğlu and Yenilmez [6] was obtained similar results. Students who have this kind of misconception have faulty and deficient information about the definition of a fraction. This situation can be interpreted as an indicator of students' not achieving concrete steps where part-whole relationships exist in real life.

In this study, 66.7% of secondary students and 53.8% of university students gave incorrect answers for the questions of semi-abstract stage. The determined misconceptions of students for the semi-abstract stage are "misconceptions resulting from conceiving number in part-whole relationship".

In the study, 82.9% of secondary school students and 81.9% of university students gave incorrect answers for the questions at abstract stage. Moreover, 79.5% of secondary school students and 78.8% of university students gave incorrect answers for the interpretation question C1. It can be said that because these students could not construct the relationship between part-whole concept and its expression as fraction, they are not successful at fraction questions. Furthermore, 86.4% of secondary school students and 85% of university students gave incorrect answers for the question of C2.

According to the results of the study, the teaching model in which rules are not memorized, practices related to concrete and semi-abstract stage which are necessary to arrive abstract stage are conducted adequately can decrease the rate of errors and misconceptions. The use of circular, rectangular models, number lines and the use of different objects for visualizing fractions are effective in transition from concrete to abstract stage. In addition to these, students should be informed about how to use fractions in their daily life. Aksu [1] stated that students should be helped to notice the importance of fractions in their daily lives. Such kinds of preparations can facilitate the learning of fractions.