



## Scaffolding students in non-routine problem solving environment: The case of two mathematics teachers<sup>1</sup>

## Rutin olmayan problem çözüme sürecinde öğrencilerin desteklenmesi: İki matematik öğretmenin durumu

Abdulkadir Erdoğan<sup>2</sup>  
Emel Özdemir Erdoğan<sup>3</sup>

### Abstract

The task of the teacher in designing learning environments and in guiding students throughout learning activities can be generally defined as scaffolding. Most of the students have difficulties in solving non-routine problems and cannot effectively use problem solving strategies. In this study, scaffoldings offered by the teachers for solving non-routine problems were examined using scaffolding techniques determined by Roehler and Cantlon (1997). Two mathematics teachers were participated in the study and the data were collected in an optional mathematics course for sixth graders via video-record of the teachers' discourses on the solution of a same non-routine problem. The data were analysed using content analysis technique. The results showed that teachers intervened intensively in terms of scaffolding and the aims of these interventions mostly consisted of focusing students' attention on the task and its accomplishment;

### Özet

Öğretmenin hedeflenen öğrenmelerin gerçekleşmesi için öğrenme ortamlarını oluşturması ve öğrencilerin çalışmalarına rehberlik etmesi en genel anlamda öğrenme desteği veya kısaca destek olarak tanımlanabilir. Bu çalışmada öğrencilerin önemli güçlükler yaşadıkları, problem çözüme stratejilerini etkin ve uygun biçimde kullanamadıkları rutin olmayan problemlerin çözümü için öğretmenlerin sınıf ortamında verdikleri destekler Roehler ve Cantlon (1997) tarafından belirlenen destek türleri çerçevesinde incelenmiştir. Çalışmanın verileri iki matematik öğretmenin 6. sınıf matematik uygulamaları dersi kapsamında aynı rutin olmayan matematik probleminin öğrenciler tarafından çözümü sırasındaki eylem ve söylemlerinin kaydedilmesi ile toplanmıştır. Veriler içerik analizi ile çözümlenmiştir. Çalışmanın bulguları, öğretmenlerin yoğun bir destek verme eğiliminde olduklarını, öğrencilerin problemin çözümüne ulaşmalarını ve görevden

<sup>1</sup> This study was supported by Anadolu University Scientific Research Projects Commission under the grant no: 1505E325;

The article has been presented at 1th International Education Research and Teacher Education Congress/ERTE Congress 14-16 September 2017, Usak University, Turkey organized together by Leaders of Education Association and University of Usak.

<sup>2</sup> Assoc. Prof. Dr., Anadolu University, Education Faculty, Department of Mathematics and Science Education, [abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr](mailto:abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr)

<sup>3</sup> Assoc. Prof. Dr., Anadolu University, Education Faculty, Department of Mathematics and Science Education, [eoerdogan@anadolu.edu.tr](mailto:eoerdogan@anadolu.edu.tr)

while students centred techniques were less utilized. The results also showed that, although the scaffoldings provided by the teachers vary according to the way chosen for introducing the problem, they provided a dynamic and multi-dimensional scaffolding instead of adopting a fixed and unidimensional scaffolding.

**Keywords:** Scaffolding; non-routine problem solving; middle school; mathematics; content analysis.

[\(Extended English abstract is at the end of this document\)](#)

## 1. Giriş

Eğitim-öğretim en modern anlamda düşünüldüğünde, öğretmenin görevi hedeflenen öğrenmelerin gerçekleşmesi için uygun öğrenme ortamlarını oluşturmak (Brousseau, 1997) ve öğrencilerin çalışmalarına rehberlik etmektir (Chevallard, 1999). Öğretmenin bu rehberliği en geniş anlamda öğrenme desteği veya kısaca destek (scaffolding) olarak tanımlanmaktadır. Sosyal yapılandırmacılık yaklaşımı çerçevesinde Vygotsky (1978, 1981), öğrenenin kendisinden daha deneyimli bir kişi ile girdiği sosyal etkileşim sayesinde yapması gereken görev için gerekli olan gelişim seviyesini yakaladığını, ilgili beceri ve stratejilerini geliştirdiğini belirtmektedir (Byrnes, 2001). Bu bağlamda öğrenme desteği, öğrencinin mevcut bilgi ve beceri düzeyiyle üstesinden gelemediği bir öğrenme görevini yerine getirebilmesi, bir problemi çözebilmesi veya hedeflenen bir kazanıma ulaşabilmesi için öğretmen tarafından ortaya konan söylem ve eylemler bütünü olarak düşünülmektedir (Wood, Bruner ve Ross, 1976). Bu bakış açısıyla, öğretmenin vereceği destek öğrencinin görevi yerine getirmesinde etkili olmalı ama öğrencinin keşfetmesi gereken bir stratejiyi açığa vurmamalı, bireysel olarak aşması gereken bilişsel bir zorluğu doğrudan yönlendirmelerle ortadan kaldırmaya yönelik olmamalıdır. Bunun için öğretmen, öğrencinin kendi başına yapabileceği bir görev veya görevin bir parçasıyla, kendi yardımıyla yapabileceği görev veya görevin parçalarını iyi belirlemeli, destek verip vermemeye ve vereceği desteğin niteliğine bu doğrultuda karar vermelidir (Gaskin vd., 1997; Puntambekar ve Hübscher, 2005). Diğer yandan öğretmenin vereceği destek, öğrencide destek alarak öğrenme alışkanlığına neden olmamalı, tam tersine, öğrencinin görevin sorumluluğunu üzerine almasını sağlamalı ve görev beklenen şekilde yerine getirilmeye başlandıkça yavaş yavaş sonlandırılmalıdır (Roehler ve Cantlon, 1997).

Öğretmen tarafından verilen destek; öğrencinin görevin kritik noktalarına odaklanmasını sağlama, görevin basitleştirilmesi, öğrencinin göreve motive edilmesi ve görev karşısında kendisini huzursuz hissetmemesini sağlama gibi hem psikolojik hem de bilişsel amaçlar içerebilir (Wood, Bruner ve Ross; 1976). Bilişsel amaçlar bağlamında, Roehler ve Cantlon (1997) öğrenciyi kavramsal anlamaya götürebilecek 5 çeşit destek türü belirlemiştir. Bu türler şu şekilde açıklanabilir:

1. *Hedeflenen davranışı modelleme:* Öğrenciyi problem durumunda nasıl düşünmesi ve davranması gerektiğini göstermektir. Yüksek sesle düşünerek, öğrenciyi durumu sorgulatarak ve örnekler vererek, öğrenciyi görevin yerine getirilmesi için izlenmesi gereken yolda önderlik etmeyi ve cesaretlendirmeyi içermektedir.

kopmamalarını sağlayacak destek türlerini daha ağırlıklı olarak kullandıklarını ve öğrenciyi sürecin merkezine oturtan destek türlerine daha az yer verdiklerini göstermektedir. Bulgular diğer yandan öğretmenlerin desteğinin problemin tanıtılması için seçilen yaklaşıma bağlı olarak değiştiğini ve öğretmenlerin sabit ve tek yönlü bir destek yerine çok yönlü ve dinamik bir destek yaklaşımı benimsediklerini göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Öğrenme desteği; rutin olmayan problem; ortaokul; matematik; içerik analizi.

2. *Açıklama verme*: Öğrencinin görevde yer alan kavramları anlamasını, bu kavramlarla görev arasındaki ilişkiyi kurmasını, kavramları ve yöntemleri ne zaman ve ne şekilde kullanması gerektiğini göstermeye yönelik ifadelerdir.
3. *Öğrencinin katılımını sağlama*: Öğrenciyi bir durum hakkında yorum yapmaya davet ederek, daha önce ele alınan örnekler ve durumları hatırlatarak sürece katılmasını sağlamaktır.
4. *Öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme*: Öğrencinin bir kavramı veya görevi anlayıp anlamadığını kontrol etmeyi ve anlamadıysa açık ve net dönütler vermeyi içermektedir.
5. *Öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme*: Görevin tamamlanması veya problemin çözümünün bulunması için öğrencinin sorularla ve açıklamalarla son ilişkileri kurmasını ve çözümü veya sonucu ifade edebilmesini sağlamayı içermektedir.

Yapılan çalışmalar, yukarıda yer verilen destek türlerinin kullanım durumlarını da dikkate alarak, daha genel destek kategorileri de belirlemişlerdir. Silliman ve Wilkinson (1994), *doğrudan destek (directive scaffolding)* ve *destekleyici destek (supportive scaffolding)* olmak üzere iki kategori gözlemlemişlerdir. Araştırmacılar, doğrudan desteğin daha çok görevin tamamlanmasını veya kazanımın yerine getirilmesini amaçlayan öğretmen merkezli bir destek kategorisi olduğunu belirtirken, destekleyen desteğin, öğrencinin ilgili kavramları, stratejileri, vb. anlamlandırması üzerine kurulu öğrenci merkezli bir destek kategorisi olduğunu belirtmektedirler. De Smet ve arkadaşları (2008) ise çevrim içi bir destek sistemi bağlamında, öğretmenlerin  *motive edici*,  *bilgi verici* ve  *bilgi inşa edici* olmak üzere üç tür destek yaklaşımı ortaya koyduklarını belirlemişlerdir.

## Problem çözme ve destek

Problem çözme matematiğin en temel yapı taşlarından birisi olarak görülmekte ve gerek öğretim programlarında gerekse literatürde öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesine büyük önem verilmektedir. Problem çözme bilişsel bir eylem olup strateji bilgisi, işlem bilgisi, bağlam bilgisi gibi birtakım bilgilerin işe koşulmasını (Mayer, 1992) ve problemin anlaşılması, çözüm planı yapılması, çözüm stratejilerinin uygulanması gibi bazı süreçlerin takip edilmesini gerektirmektedir (Polya, 1945). Problem çözme eyleminin bu karmaşık yapısı problemin niteliğine göre daha da karmaşık bir hale gelebilmektedir. Matematik eğitiminde problemler genellikle rutin problemler ve rutin olmayan problemler olarak ikiye ayrılmaktadır. Rutin problemler genellikle tek bir çözüm yolu olan ve rutin dört işlem bilgi ve becerisi gerektiren problemler olarak tanımlanırken (Altun, 2006; Nancarrow, 2004) rutin olmayan problemler öğrenilmiş bir stratejinin farklı bir biçimde uygulanmasını, farklı stratejilerin işe koşulmasını ve yaratıcı düşünmeyi gerektiren problemler olarak tanımlanmaktadır (Elia, van den Heuvel-Panhuizen ve Kolovou, 2009; Kolovou, 2011).

Yapılan çalışmalar her seviyeden öğrencilerin özellikle rutin olmayan problemlerin çözümünde önemli güçlükler yaşadıklarını, birkaç basit problem çözme stratejisi dışında problem çözme stratejilerini etkin ve uygun biçimde kullanamadıklarını göstermektedir (De Bock, Verschaffel ve Janssens, 1998; Lester, Garafolo ve Kroll, 1989; Schoenfeld, 1992). Bu bağlamda, öğretmenlerin sınıf ortamında rutin olmayan problemlerin çözümünde öğrencilere ne tür bir destek sunduklarının ve bu desteğin öğrencilerin ilgili problemleri çözmelerinde ve çözümün gerisindeki bilgi ve becerilere ulaşmalarında ne derece etkili olduğunun araştırılması büyük önem kazanmaktadır. Başka bir deyişle, rutin olmayan problem çözümünde öğretmenlerin verdiği desteğin niteliğinin ve niceliğinin araştırılması gerekmektedir.

## 2. Çalışmanın amacı

Çalışmanın amacı rutin olmayan bir problem çözme eylemi sırasında öğretmenlerin öğrencileri destekleme sürecinin nasıl işlediğini incelemektir. Çalışmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmaktadır:

- Öğretmenler rutin olmayan bir problem çözümü sırasında Roehler ve Cantlon (1997) tarafından belirlenen hangi destek türlerini kullanmaktadır?
- Öğretmenlerin kullandıkları destek türleri problem çözme sürecinde nasıl değişmektedir?
- Öğretmenler tarafından kullanılan destek türleri arasında ne çeşit farklılıklar vardır?

### 3. Yöntem

#### 3.1. Katılımcılar

Çalışma Eskişehir il merkezindeki, eğitim çevrelerinde yeterince başarılı okullar olarak nitelendirilen farklı iki ortaokulda görev yapan iki matematik öğretmenin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Her iki öğretmen de 10 yıldan fazla mesleki deneyime sahip olup, rutin olmayan matematik problemlerine ve zekâ oyunlarına ilgi duymakta, uygulanmaya başlandığından beri *zekâ oyunları* ve *matematik uygulamaları* seçmeli derslerini vermektedirler. Uygulamadan yaklaşık 6 ay önce her iki öğretmen de bir proje kapsamında gerçekleştirilen bir haftalık ve toplamda 25 saatlik rutin olmayan matematik problemi çözme eğitimine katılmıştır. Bu eğitim sırasında öğretmenlere rutin olmayan problem çözme sürecini nasıl yönetecekleri ve öğrencileri nasıl desteleyecekleri yönünde özel bir eğitim verilmemiş, daha çok problemlerin niteliklerine ve öğrencilere kazandıracakları matematiksel süreç becerilerine odaklanılmıştır.

#### 3.2. Verilerin toplanması

Çalışma, her iki öğretmenin 6. sınıf matematik uygulamaları dersi sınıflarından birisinde gerçekleştirilmiştir. Matematik uygulamaları dersinin sınıfları dersi seçen öğrenci sayılarına göre dönem başında oluşturulmaktadır. Çalışmada bu sınıflarda herhangi bir değişiklik yapılmamış ve öğretmenlerin sınıflarından birisi rastgele seçilmiştir. Çalışmanın verileri öğretmenlerin aynı bir matematik probleminin öğrenciler tarafından çözümü sırasındaki eylem ve söylemlerinin gözlemlenmesi ve video kamera ile kaydedilmesi ile toplanmıştır. Söz konusu olan matematik problemi (zehirli çikolata) oyun temelli bir problem olup bir grup araştırmacı tarafından daha önce farklı öğretim bağlamlarında kullanılmıştır (Colipan, 2016; Godot ve Grenier, 2008). Zehirli çikolata problemi, tek bir cevabı olmayan ve değişen durumlara göre farklı çözümler alabilen, bununla birlikte farklı durumlar arasında ilişkilendirmeler yapılarak bazı genel çözümlere ulaşılabilen bir problemdir. Problemin çözümü ve ulaşılabilecek genellemeler, ortaokul matematik derslerinde öğretilen bazı kavramlarla ilişkili olmakla birlikte doğrudan bu kavramların kullanımından çok akıl yürütme ve stratejik düşünmeyi, matematiksel problem çözme stratejilerini etkin bir biçimde kullanmayı gerektirmektedir. Problemin oyun şeklindeki kurgusu, karşılıklı iki kişi veya grup arasında oynamaya izin vermekte olup zehirli çikolata parçasını rakibe veya rakip takıma bırakmak için strateji geliştirilmesi fikrine dayanmaktadır. Bu problem öğretmenlerin katıldıkları problem çözme eğitiminde de kullanılmış ve bu eğitim için özel olarak tasarlanan materyal desteği ile sunulmuştur. Öğretmenlere uygulama öncesinde, problemin öğrencilere nasıl sunulacağı, öğrencilere ne tür dönütler verilebileceği gibi konularda hiçbir öneride bulunulmamıştır. Öğretmenler, aldıkları eğitim sırasında tuttukları notlar, edindikleri deneyimler ve gerçekleştirdikleri farklı çözümler ışığında derslerini planlamışlar ve yürütmüşlerdir. Her iki öğretmen de haftada iki saat olmak üzere, bu problem için toplamda üç hafta ayırmıştır.

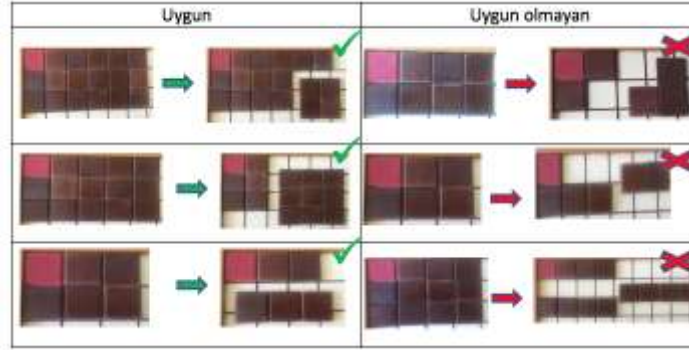
Öğretmenlerin sınıfında seçmeli matematik uygulamaları dersini alan 26 ve 29 öğrenci olup, her iki öğretmen de grup çalışması yöntemini benimsemiş ve sınıflarını 5 çalışma grubuna ayırmışlardır. Öğretmenlerin söylem ve eylemlerinin bazen tüm sınıfa, bazen bir gruba ve bazen de bir öğrenciye yönelik olabileceği düşünülerek, daha sağlıklı veri toplayabilmek için kamera sürekli olarak öğretmenlerle beraber hareket ettirilmiştir.

### Zehirli çikolata problemi

**Oyunun oynanışı:** Oyuncular birim kare parçalardan istedikleri ölçülerde kare veya dikdörtgen çikolata oluştururlar ve sol üst köşeye zehirli parçayı temsil eden kırmızı parçayı yerleştirirler. Sırası gelen oyuncu istediği kadar parçayı kırarak ayırabilir.

**Oyunun amacı:** Zehirli çikolata parçasını rakibin almak zorunda kalmasını sağlamak. Başka bir ifadeyle, zehirli parçayı almak zorunda kalan oyuncu oyunu kaybeder.

**Oyunun kuralı:** Çikolata parçacıkları sola ve aşağıya doğru (önce sola sonra aşağıya) olmak kaydıyla istenildiği ölçüde kırılabilir, aradan parça kırılamaz.



Şekil 1. Kurala uygun olan ve olmayan hamleler

### 3.3. Verilerin analizi

Çalışmada öğretmenlerin rutin olmayan problem çözme durumlarında öğrencilere verdikleri destek türlerini ve bunun gerek süreç içinde gerekse bir öğretmenden diğerine nasıl değiştiğini belirlemek amaçlandığından verilerin çözümlenmesinde içerik analizine başvurulmuştur. Öğretmenlerin söylem ve açıklamalarından destek kapsamına girenler belirlenmiş ve yapılan kodlamalar ve oluşturulan kategorilerle destek türleri tespit edilmeye çalışılmış ve ilgili değişimler incelenmiştir.

Tüm kamera kayıtlarının dökümü yapılmış, öğrenci ve öğretmen söylemleri teker teker belirlenerek gerekli açıklamalarla birlikte (ilgili grup numarası, söylemin karşılığı olan oyun materyali üzerindeki eylem, vb.) tabloleştirilmiştir. İçerik analizi için veriler analiz ünitelerine ayrılmıştır. Analiz ünitesi olarak öğretmenin bir açıklaması veya söylemindeki anlam bütünlüğü dikkate alınmıştır. Örneğin, bir öğretmen bir gruba bir açıklamada bulunuyorsa, öğretmen ve öğrenciler arasındaki diyalogdan bağımsız olarak, öğretmenin bu açıklamasının *destek amacı taşıyan* anlamlı bir bütün olarak nerede başladığı ve nerede bittiği belirlenmiştir. Anlam ünitelerine ayırma işleminden sonra her bir ünitenin içeriği *gözlenen destekler* başlığı altında kodlanmıştır. Gözlenen destekler amaçlarına göre kendi içlerinde bir üst kategoride gruplanmıştır. Bu oluşturulan kategoriler Roehler ve Cantlon (1997)'nin belirlediği destek türleriyle eşleştirilmiştir. Kodlamaların nasıl yapıldığı aşağıdaki örnekte açıklanmıştır. Her bir kategoriye ait diğer örnekler Ek-1'de sunulmuştur.

**Öğretmenin söylemi:** Bak şimdi şunu bir sistematığe bağlamamız lazım, bu şekilde karışık karışık gitmeyin yani. Şimdi siz en son kareleri bulmuşsunuz değil mi? Şimdi şunları bulun istiyorum ben, hepsini bulun mesela bunların.

Görüleceği üzere öğretmen, problemde herhangi bir çözüme ulaşabilmek için öğrencilere nasıl çalışmalar gerektiği konusunda bir söylemde bulunmaktadır. Öğretmenin bu söylemi bir destek olarak nitelendirilmiş ve “gözlenen destek” başlığı altında “strateji geliştirmek için araştırma yöntemi/çalışma yöntemi önerme” şeklinde isimlendirilmiştir. Öğretmenler bunun gibi, öğrencilere yaptıklarını not etmeleri, çizim yapmaları gibi önerilerde de bulunmuşlardır. Bunların hepsi bir alt destek kategorisi olarak “araştırma yöntemleriyle ilgili yol gösterme” başlığı altında toplanmıştır. Roehler ve Cantlon (1997) tarafından sunulan destek türleri göz önüne alınarak bu alt kategorinin *bedeflenen davranış modelleme* türünde olduğuna karar verilmiştir (Tablo 1).



Araştırmanın güvenilirliği için ilk aşamada gözlenen destekler iki araştırmacı tarafından öncelikle bireysel olarak gruplandırılmıştır ve destek türleri ile eşleştirilmiştir. İkinci aşamada ise araştırmacılar birbirlerinin gruplamalarını kontrol etmiş, ortak olmayan noktalar üzerinde birlikte çalışarak fikir birliğine varmışlardır. Beş destek türü ve bunlarla ilişkili, kodlamalar sonucu elde edilen toplam 16 alt destek kategorisi Tablo 1’de verilmiştir.

Elde edilen bulgular önce destek türlerine, sonra alt kategorilere göre incelenmiştir. Desteklerin frekans ve yüzdelik dağılımları haftalık dersler bazında ve öğretmenler arası karşılaştırmalarla sunulmuştur. Bu desteklerin nasıl geliştiği ise doğrudan alıntılarla desteklenerek açıklanmıştır.

**Tablo 1. Destek türleri ve alt kategoriler**

Destek Türleri	Alt Kategoriler
Hedeflenen davranış modelleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Araştırma yöntemleriyle ilgili yol gösterme</li> <li>- Görevi basitleştirme, alt basamaklara ayırma</li> <li>- Deneme ve gözlem yapmalarını isteme</li> <li>- Önerilen çözüm yollarını farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme</li> </ul>
Açıklama verme	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Görevde kullanılacak materyallerle ilgili</li> <li>- Göreve ait kurallarla ilgili</li> <li>- Görevin amacıyla ilgili</li> </ul>
Öğrencinin katılımını sağlama	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Görevle ilgili tahmin isteme</li> <li>- Çözümle ilgili hipotezleri ifade etme, tartışma ve değerlendirmeye yönlendirme</li> <li>- Öğrencilerden çalışmalarını özetlemelerini isteme</li> </ul>
Öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Çözüm yolunu açıklatma ve uygulama</li> <li>- Çözüm yolunu /hipotezi çürütme ya da reddetme</li> <li>- Çözüm yolunu /hipotezi onaylama</li> <li>- Bulunan çözüm yolu/hipotez/kuralı açıkça ifade etme</li> </ul>
Öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Genelleme ve formül oluşturmaya cesaretlendirme</li> <li>- Hipotez/Formül/Kural/Genellemelerin sınıf önünde ifade edilmesini isteme</li> </ul>

## 4. Bulgular

### 4.1. Etkinlik süreçlerinin gelişimi

Öğretmenlerin ortaya koydukları destek yaklaşımlarının anlamlandırılabilmesi için bu bölümde her bir sınıftaki üç haftalık sürecin özetine yer verilmiştir.

#### Aslı Öğretmen’in etkinlik süreci

İlk hafta derse etkinliğin tanıtımı ile başlanmıştır. Öğrencilere verilen oyun materyali üzerinden oyunun ne olabileceğinin tahmin edilmesi istenmiştir. Oyunun amacı, kuralı ve materyal kullanımı hakkında kısa açıklamalar yapılmıştır. Oyunun başlangıcında kural, öğrencilere çikolata parçalarını *tek tek kırma* şeklinde açıklanmıştır. Ardından, öncelikle çikolata kare şeklinde ise kazanmak için nasıl oynanması gerektiğinin, daha sonra da çikolata dikdörtgen şeklinde ise kazanmak için nasıl oynanması gerektiğinin araştırılması istenmiştir.

Dersin ilerleyen aşamalarında, tek parça kırma kuralı yerine *istenildiği kadar çikolata parçası kırma* kuralı getirilerek çalışmanın ikinci bölümüne geçilmiştir. Bir önceki bölümde olduğu gibi öncelikle kare durumların araştırılması önerilmiştir. İlk haftaki çalışmalar tüm gruplar tarafından 2\*2,

3\*3 ve 4\*4 durumlarının incelenmesi bazı grupların 2\*3 dikdörtgen durumunu incelemeye başlamaları ile sonlanmıştır.

2. haftaki derse ilk hafta yapılan çalışmaların hatırlatılması (oyunun hatırlatılması, bulunan kurallar, kuralların not edilmesi) ile başlanmıştır. Gruplardan 2\*3, 2\*4 ve 2\*5 durumları üzerinde çalıştıktan sonra 2\*n için genelleme yapmaları beklenmiştir. Dersin sonunda tüm grupların nereye kadar ilerledikleri sorgulanmış ve 4\*3, 4\*5 ve 3\*5 durumlarına kadar ilerlediği tespit edilmiştir.

Son haftaki derste her grup bir süre daha kaldıkları yerden çalışmalarına devam ettikten sonra sınıfça çalışma sonuçlarının ele alındığı genel değerlendirme aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada aşağıdaki kurallar sırasıyla ifade edilerek tüm öğrencilerin not etmeleri sağlanmıştır:

**Kural 1.** *Tek parça kırma kuralı uygulandığında kare çikolatanın boyutları tek ise (3\*3 gibi) 2. başlayan kazanır*

**Kural 2.** *Tek parça kırma kuralı uygulandığında kare çikolatanın boyutları çift ise (2\*2 gibi) ilk başlayan kazanır*

**Kural 3.** *İstenilen büyüklükte parça kırma kuralı uygulandığında kare çikolatada köşeyi ((n-1)\*(n-1)'lik parçayı) alarak başlayan kazanır*

**Kural 4.** *İstenilen büyüklükte parça kırma kuralı uygulandığında 2\*n durumunda köşeyi alan kazanır (2\*3, 2\*4 ve 2\*5 durumları tahtaya çizdirilerek her biri için grupların çözümü verilerek genellemeye gidilmiştir).*

**Kural 5.** *İstenilen büyüklükte parça kırma kuralı uygulandığında 3\*n durumunda 2\*(n-2)'lik köşeyi alan kazanır (3\*4, 3\*5 ve 3\*6 durumları tahtaya çizdirilerek her biri için grupların çözümü verilerek genellemeye gidilmiştir).*

### Büşra Öğretmen'in etkinlik süreci

İlk hafta derse etkinliğin tanıtımı ile başlanmıştır. Oyunun amacı, kuralı ve materyal kullanımı hakkında kısa açıklamalar yapılmıştır. Çikolata kırma kuralı olarak *istenildiği kadar çikolata parçası kırma* kuralı açıklanmıştır. Öğrencilere çikolataların sadece kare ya da dikdörtgen şeklinde olacağı belirtilmiş, boyutlarıyla ilgili bir açıklama yapılmamıştır. Bazı grupların ellerindeki tüm parçaları kullanıp kullanmayacakları sorusu üzerine, az taşla başlanırsa ve stratejik hareket edilirse sonuca daha kolay ulaşılabileceği vurgulanmıştır. İkinci ders büyük çikolata parçaları üzerinde çalışan grupların uyarıldığı görülmüştür. Örneğin 3\*2 üzerinde çalışan grubun 2\*2 üzerinde çalışmaya yönlendirilmiş, 2\*2, 3\*3 ve 4\*4 şeklinde incelenen durumları büyültmeleri ve daha sonra dikdörtgen durumlara geçmeleri istenmiştir.

İkinci haftaki derse ilk hafta yapılan çalışmalar hakkında bilgi alınması ile başlanmıştır. Tüm grupların 2\*2 için, bazı grupların da 3\*3 için bir kural buldukları belirlenmiştir. Öğrencilerden 3\*3, 4\*4 ve 5\*5 için de kural bulmaları istenmiştir. Kare durumlar üzerine yapılan çalışmalardan sonra öğrenciler 2\*3 ve 2\*4 gibi durumların üzerinde çalışmaya yönlendirilmiştir.

Son haftaki derse grupların iki hafta boyunca elde ettikleri sonuçları sınıfla paylaşmaları için grup sözcülerinin seçimi ile başlanmıştır. Dikdörtgen durumları araştırmayan gruplar olduğunun belirlenmesi üzerine biraz daha araştırma zamanı verilmiştir. Öğrencilere kare durumlar için buldukları kuralın dikdörtgen durumlar için geçerli olup olmadığı sorgulanmıştır.

Grup sunuları grup sözcülerinin tahtaya sırayla gelmesi ile yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir:

**Kural 1.** *Kare çikolatada köşedeki dörtlüyü çekerek başlayan ilk oyuncu kazanır. (Tüm gruplar)*

**Kural 2.** *Kare çikolatada rakip oyuncu ne alırsa aynısını alırsam kazanırım. (2. grup)*

**Kural 3.** *2\* ... dikdörtgenlerde köşeyi alarak başlayan kazanır. (4. Grup)*

**Kural 4.** *3\*4 de ilk dörtlüyü alan yani 2\*2'lik parçayı alan kazanır. (5. Grup)*

*3\*5 de 3\*2'lik parçayı alan kazanır*

*3\*6 da 4\*2'lik parçayı alan kazanır*

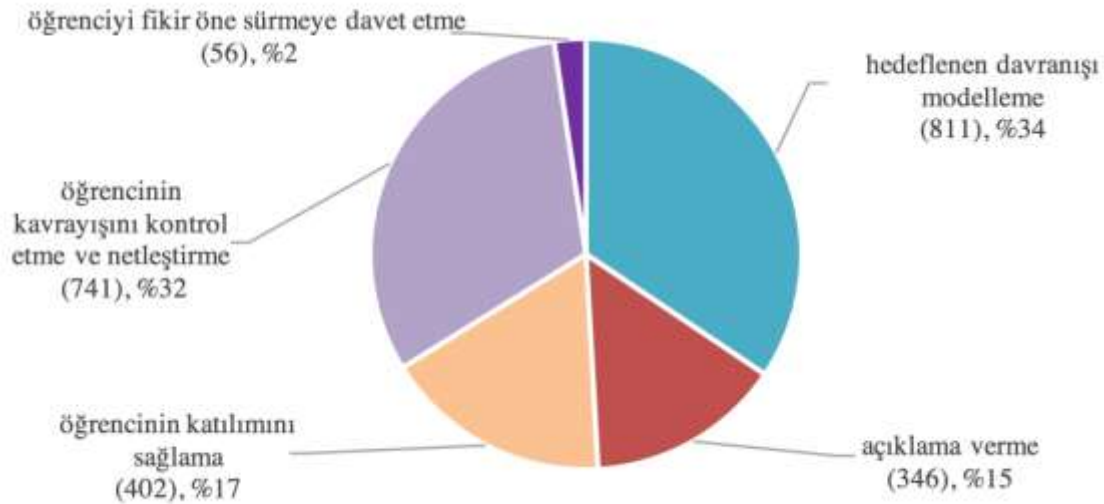
Her iki sınıftaki etkinlik süreci Tablo 2’de özetlenmiştir.

**Tablo 2. Etkinlik süreçleri**

	<b>Aslı Öğretmen’in Etkinlik Süreci</b>	<b>Büşra Öğretmen’in Etkinlik Süreci</b>
<b>1.hafta</b>	Etkinlik tanıtımı Tek kırma kuralı Kare durumların incelenmesi (en küçükten başlama) Kural 1’in bulunması Dikdörtgen durumların incelenmesi (en küçükten başlama) Kural 1’in geçerliliğinin gösterilmesi Kural 1’in genellenmesi İstenilen büyüklükte kırma kuralı Kare durumların incelenmesi Kural 1 ve kural 3’ün bulunması	Etkinlik tanıtımı İstenilen büyüklükte kırma kuralı Kare veya Dikdörtgen durumların incelenmesi (şekil ve boyut belirtilmeden) Kare çikolataların incelenmesi Kural 1’in bulunması
<b>2.hafta</b>	Dikdörtgen durumların incelenmesi (4*5’e kadar) Kural 4’ün (2*n’ler için) ve Kural 5 (3*n’ler için) bulunması	Dikdörtgen durumların incelenmesi (2*4, 2*6, 3*4)
<b>3.hafta</b>	Genel Değerlendirme (sınıfça) Kuralların sırayla ifade edilmesi	Genel Değerlendirme (grup sözcüleri aracılığıyla) Grupların buldukları kurallarının ifade edilmesi

#### 4.2. Destek türlerinin genel dağılımı

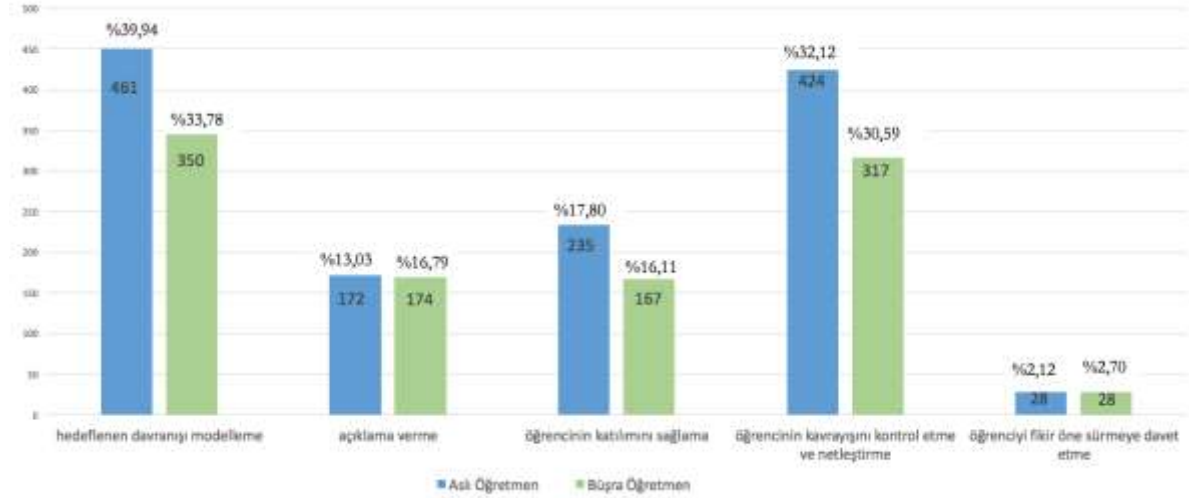
3 haftalık etkinlik süresince, Aslı Öğretmen 1320 adet ve Büşra Öğretmen 1036 adet olmak üzere, iki öğretmen toplam 2356 adet destek amaçlı açıklama ve söylemde bulunmuşlardır. Şekil 2’de görüldüğü gibi, bu açıklamalar ve söylemlerde ilk sıralarda *bedeflenen davranışı modelleme* (%34) ve *öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme* (%32) destek türleri yer almıştır. *Öğrenci katılımını sağlama* (%17) ve *açıklama verme* (%15) ikinci sırada yer almaktadır. En az görünen destek türü ise *öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme* (%2) olmuştur.



**Şekil 2. Destek türlerinin genel dağılımı**



Destek miktarlarının öğretmenler arasında dağılımı Şekil 3'de verilmiştir.

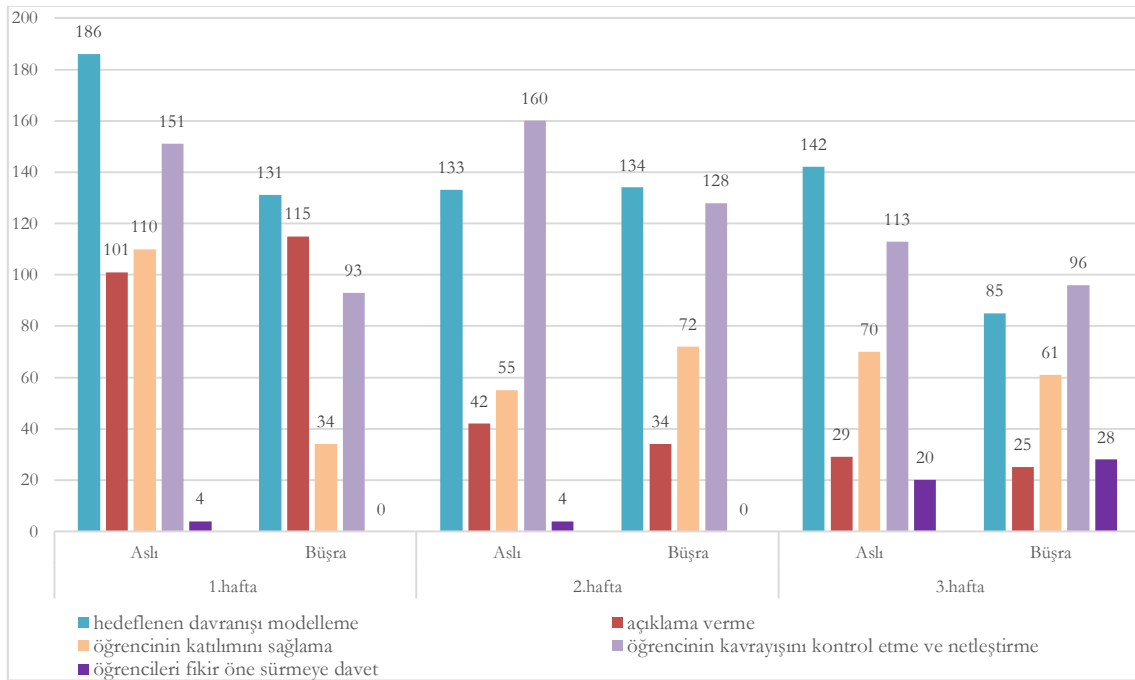


Şekil 3. Destek miktarlarının öğretmenler arasında dağılımı

Şekil 3 yüzdelikler bağlamında incelendiğinde, destek miktarlarının dağılımlarının öğretmenler arasında çok az farklılaştığı görülmektedir. Aslı Öğretmen'in *hedeflenen davranışı modellemeye*, Büşra Öğretmen'in ise *açıklama vermeye* biraz daha fazla yer verdiği anlaşılmaktadır.

#### 4.3.Haftalara göre destek miktarlarının dağılımı

Şekil 4 üç haftalık süreçte öğretmenlerin desteklerinin nasıl değiştiğini göstermektedir.



Şekil 4. Destek türlerinin haftalık dağılımı

Şekil 4, ilk hafta Aslı Öğretmen'in Büşra Öğretmen'e göre daha fazla öğrencilere destek verdiğini göstermektedir. İlk hafta Aslı Öğretmen toplamda 552 destek verirken Büşra Öğretmen toplamda 373 destek vermiştir (Tablo 3). Destek türlerine bakıldığında her iki öğretmenin de en çok kullandığı destek türünün *hedeflenen davranışı modelleme* olduğu görülmektedir. Özellikle Aslı Öğretmen'in çok baskın olarak "önerilen çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme

ve değerlendirme” alanında öğrencilere destek verdiği görülmektedir. Aşağıda Aslı Öğretmen’in dersinden buna bir örnek verilmektedir:

3\*6 durumu üzerine çalışan bir grup ile;

Ö: *Hocam rekora gittik sekişliyi çeken kazanıyor her türlü her balıkarda.*

Aslı Ö: *Emin misiniz?*

Ö: *Eminiz hocam.*

Aslı Ö: *Nasıl devam edeceksiniz?*

Ö: *Hocam arkadaş...*

Aslı Ö: *Şunu alırsam ben.*

Ö: *Hocam ben de şunu alırım.*

Aslı Ö: *Ben şunu alırsam.*

Ö: *Biz bunu alırız hocam.*

Aslı Ö: *Onu alıyorsun kazanıyorsun. Şunu alırsam oluyor, bunu alırsam bunu alırsam ben?*

Ö: *Hocam onu alırsanız tekli alırız.*

Ö2: *Şöyle alıyoruz.*

Aslı Ö: *Tamam peki şunu alırsam zaten kazanıyorsun. Peki ben bunu değil de şu ikisini alırsam?*

Hocam o ikisini alırsanız biz şöyle ikili alırız.

Aslı Ö: *Hmm eşitliyorsunuz. Üçünü alırsam zaten şunu alıyorsunuz.*

Aslı Öğretmen, farklı şekillerde oynanırsa oyunun nasıl değişeceğinin her an kontrol edilmesi ve rakibin oyun hamlelerinin de dikkatle takip edilmesi gerektiğini öğrencilere oynayarak göstermektedir. Bu şekilde öğrencilere oyun süresince nasıl davranmaları gerektiği konusunda destek vermektedir.

Büşra Öğretmen’in ise ilk hafta Aslı Öğretmen’e oranla daha çok *açıklama verme* destek türüne başvurduğu ve bu açıklamalar arasında “göreve ait kurallarla ilgili” açıklamaların ön plana çıktığı görülmektedir (Tablo 3). İlk hafta Büşra Öğretmen’in özellikle çikolata kırma kuralı üzerinde çok fazla açıklama yaptığı saptanmıştır.

Büşra Ö: *Evet. Orada göstere...*

Ö: *Oradaki, yani şöyle...*

Büşra Ö: *Öyle alamazsın ama...*

Ö: *Bunu da mı alacağız öğretmenim?*

Büşra Ö: *Öyle alamazsın, L şeklinde alıyorsun ya...*

Ö2: *Bunun gibi mi o zaman, bu mu?*

Büşra Ö: *Sol alt... ters L den bahsetmiştik.*

Ö: *Hu... sol...*

Büşra Ö: *Sol alt...*

Ö: *Tamam şimdi anladım. Yani sol alt.*

İlk hafta ayrıca Aslı Öğretmen’in Büşra Öğretmen’e oranla *öğrencinin katılımını sağlamaya* yönelik desteklere fazlaca başvurduğu görülmektedir (Tablo 3). Aslı Öğretmen’in öğrencilerini “çözüm yolunu ya da hipotezleri ifade etmeye, tartışma ve değerlendirmeye” davet ettiği ve “çalışmalarını özetlemelerini” istediği tespit edilmiştir.

**Tablo 3. İlk hafta verilen desteklerin alt destek kategorilerine göre dağılımı**

1. Hafta		Toplam			
		Aslı	Büşra	Aslı	Büşra
<b>Hedeflenen davranış modelleme</b>	Araştırma yöntemleriyle ilgili yol gösterme	41	48		
	Görevi basitleştirme, alt basamaklara ayırma	31	19	186	131
	Deneme ve gözlem yapmalarını isteme	30	34		
	Önerilen çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme	84	30		
<b>Öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme</b>	Çözüm yolunu açıklama ve uygulama	55	54		
	Çözüm yolunu /hipotezi çürütme ya da reddetme	36	11	151	93
	Çözüm yolunu /hipotezi onaylama	47	18		
	Bulunan çözüm yolu/hipotez/kuralı açıkça ifade etme	13	10		

<b>Öğrencinin katılımını sağlama</b>	Görevle ilgili tahmin isteme	4	-		
	Çözüm yolunu / hipotezleri ifade etme, tartışma ve değerlendirmeye yönlendirme	56	15	110	34
	Öğrencilerden çalışmalarını özetlemelerini isteme	50	19		
<b>Açıklama verme</b>	Görevde kullanılacak materyallerle ilgili	22	20		
	Göreve ait kurallarla ilgili	56	76	101	115
	Görevin amacıyla ilgili	23	19		
<b>Öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme</b>	Genelleme ve formül oluşturmaya cesaretlendirme	0	0		
	Hipotez/Formül/Kural/Genellemelerin sınıf önünde ifade edilmesini isteme	4	0	4	0
<b>Toplam</b>				552	373

İkinci haftaya geçildiğinde iki öğretmenin destek sayılarının birbirine çok yakın olduğu görülmektedir (Tablo 4). Bu hafta Aslı Öğretmen'in öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme destek türüne yoğunlaştığı, Büşra Öğretmen'in ise ilk hafta da olduğu gibi hedeflenen davranış modelleme destek türüne ilk sırada yer verdiği görülmektedir (Tablo 4). Buna rağmen Büşra Öğretmen'in de Aslı Öğretmen gibi öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme destek türünün bir alt kategorisi olan "çözüm yolunu açıklama ve uygulama" ya yoğunlaştığı göze çarpmaktadır. Aşağıda Büşra Öğretmen'in dersinden bu alt kategoriyle ilgili bir örnek verilmektedir:

Büşra Ö: *Tamam, böyle yapalım. Yok yok, buraya gerek yok, orayı aldık varsayalım. İlk ben oynadım, ortayı aldım. Arkadaşımız dört tane aldı, ben de dört alıyorum. Amacım buna ulaştırmak, böylece yenebilirim çünkü.*

Ö: *Hocam zaten şu şekilde her türlü o yenen oyuncunundur.*

Büşra Ö: *Peki, sen bir tane al. Benim kaç tane almam lazım?*

Ö: *Üç.*

Büşra Ö: *Üç, peki. Üç aldım.*

Ö: *Buradan...*

Büşra Ö: *Peki, buradan üç aldım. Senin kaç alman lazım?*

Ö: *Şunları...*

Büşra Ö: *Her türlü yenebilir mi ki?*

Ö2: *Onları almaz, orada başka...*

Ö: *Şöyleydi.*

Büşra Ö: *Böyle yaptın. Ben ne yaparım? Bunları alırım, gene ona kalır.*

Burada öğrencilerin bir kural veya çözüm açıkladığı, Büşra Öğretmen'in de oyun içinde öğrencilere bu çözümün nasıl doğru olduğunu açıklamaya ve böylelikle çözümleri üzerinde düşünmelerini sağlamaya çalıştığı anlaşılmaktadır.

Açıklama verme desteğinin her iki öğretmen için de ilk haftaya oranla oldukça azaldığı görülmektedir. Bununla birlikte, Aslı Öğretmen öğrencinin katılımını sağlama desteğini birinci haftaya oranla yarı yarıya azaltırken, Büşra Öğretmen'in bu desteğini iki katına çıkardığı göze çarpmaktadır. Bu destek türünde Büşra Öğretmen'in "öğrencilerden çalışmalarını özetlemelerini isteme" alt kategorisine başvurarak öğrencilerini probleme odaklamaya çalıştığı görülmektedir.

**Tablo4. İkinci hafta verilen desteklerin alt destek kategorilerine göre dağılımı**

2. Hafta		Aslı		Büşra		Toplam	
		Aslı	Büşra	Aslı	Büşra	Aslı	Büşra
<b>Hedeflenen davranış modelleme</b>	Araştırma yöntemleriyle ilgili yol gösterme	22	14				
	Görevi basitleştirme, alt basamaklara ayırma	16	31	133	134		
	Deneme ve gözlem yapmalarını isteme	13	25				
	Önerilen çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme	82	64				
<b>Öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme</b>	Çözüm yolunu açıklama ve uygulama	83	90				
	Çözüm yolunu /hipotezi çürütme ya da reddetme	23	12	160	128		
	Çözüm yolunu /hipotezi onaylama	38	23				
	Bulunan çözüm yolu/hipotez/kuralı açıkça ifade etme	16	3				

<b>Öğrencinin katılımını sağlama</b>	Görevle ilgili tahmin isteme	-	-		
	Çözüm yolunu / hipotezleri ifade etme, tartışma ve değerlendirilmeye yönlendirme	19	28	55	72
	Öğrencilerden çalışmalarını özetlemelerini isteme	36	44		
<b>Açıklama verme</b>	Görevde kullanılacak materyallerle ilgili	5	3		
	Göreve ait kurallarla ilgili	27	5	42	34
	Görevin amacıyla ilgili	10	26		
<b>Öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme</b>	Genelleme ve formül oluşturmaya cesaretlendirme	0	0		
	Hipotez/Formül/Kural/Genellemelerin sınıf önünde ifade edilmesini isteme	4	0	4	0
<b>Toplam</b>			394	368	

Her iki öğretmenin de iki hafta boyunca yapılan çalışmaların değerlendirilmesine adanmış üçüncü haftada her iki öğretmenin de verdikleri destek sayıları azalmakla birlikte *hedeflenen davranış modelleme* destek türünün yine en çok başvurulan destek olduğu görülmektedir (Tablo 5). Bu destek türü içinde de “önerilen çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme” desteği her iki öğretmen tarafından en yoğun kullanılan destek alt kategorisi olarak ortaya çıkmıştır. *Öğrenciyi fikir öne sürmeye davet etme* destek türü ilk iki hafta Aslı Öğretmen’in destekleri arasında çok az da olsa yer alırken, Büşra Öğretmen tarafından hiç kullanılmamıştır. İki öğretmen son hafta yaklaşık olarak aynı oranda bu desteğe başvurmuşlardır. Yine de bu destek türünün kullanım sıklığı diğerlerinin altında kalmıştır. Bu desteğe her iki öğretmen tarafından da özellikle öğrencilerin çalışmaları boyunca elde ettikleri sonuçları sınıfla paylaşmalarını sağlamak için başvurulduğu görülmektedir. Büşra Öğretmen’in dersinde geçen aşağıdaki diyalog bu destek türünün kullanımına örnek olarak verilebilir.

Büşra Ö.: Evet, çocuklar... İlk olarak sunmak isteyen? Hangi grup sunmak ister ilk olarak? Adnan gel. Tebeşir kullanmak istersen kullanabilirsin. Tabloyu kullanabilirsiniz. Silgi şurada, oradan silgiyi alabilirsiniz. Evet, diğer gruplar... Adnan’ı dinliyorsunuz. Dönün bakalım. Herkes izliyor.

Ö: Karede hani... Karede birinci oyuncu eğer oynarsa gösterdiğimiz gibi her zaman kazanıyor. Hani ne olursa olsun 3\*3, 4\*4...

Büşra Ö.: Gösterdiğimiz gibi derken ben bir şey görmedim daha.

Ö: 3\*3’de mesela, şurayı boyayayım, hepsinde de eğer şunları alırsa, şunları, birinci oyuncu kazanıyor. 4\*4’te de aynı geçerli, 5\*5’te, 6\*6’da onlarda da... Çizebilirim aynı şekilde...

Büşra Ö.: Sadece onları alması yeterli mi? Ondan sonraki oyunların ne olduğu önemli mi?

Ö: Evet. Ya ondan sonrası önemli değil zaten mecburen alacağı için, diğer oyuncunun daha fazla uzaması için...

Büşra Ö.: Büyüğünde? 4’e 4, 5’e 5’te? İlk başlayan oyuncunun, diğer oyuncunun aldığı taş göre aldığı taş sayısı değişecek mi yani?

Ö: Bu 5’e 5 oldu. Yine burayı alırsa...

Büşra Ö.: Evet?

Ö: Onu çiziyim...

Büşra Ö.: Tamam, çizme, gördük.

...

Büşra Ö.: Gelin bakalım. Tamam anlatmayın aynı şeyleri bulduysanız kareyle ilgili. Dikdörtgenle ilgili farklı bir şey bulduysanız onu anlatın.

Bu diyalogda Büşra Öğretmen’in “Sadece onları alması yeterli mi? Ondan sonraki oyunların ne olduğu önemli mi?”, “İlk başlayan oyuncunun, diğer oyuncunun aldığı taş göre aldığı taş sayısı değişecek mi yani?” gibi sorularla öğrencilere genel çözümü uygun bir şekilde ifade etmeleri için destek olduğu anlaşılmaktadır.

**Tablo 5. Üçüncü hafta verilen desteklerin alt destek kategorilerine göre dağılımı**

3.Hafta		Toplam			
		Aslı	Büşra	Aslı	Büşra
<b>Hedeflenen davranışı modelleme</b>	Araştırma yöntemleriyle ilgili yol gösterme	24	5		
	Görevi basitleştirme, alt basamaklara ayırma	12	14	142	85
	Deneme ve gözlem yapmalarını isteme	17	12		
	Önerilen çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme	89	54		
<b>Öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme</b>	Çözüm yolunu açıklatma ve uygulama	50	41		
	Çözüm yolunu /hipotezi çürütme ya da reddetme	15	21	113	96
	Çözüm yolunu /hipotezi onaylama	20	27		
	Bulunan çözüm yolu/hipotez/kuralı açıkça ifade etme	28	7		
<b>Öğrencinin katılımını sağlama</b>	Görevle ilgili tahmin isteme	0	0		
	Çözüm yolunu / hipotezleri ifade etme, tartışma ve değerlendirmeye yönlendirme	17	28	70	61
	Öğrencilerden çalışmalarını özetlemelerini isteme	53	33		
<b>Açıklama verme</b>	Görevde kullanılacak materyallerle ilgili	6	2		
	Göreve ait kurallarla ilgili	13	3	29	25
	Görevin amacıyla ilgili	10	20		
<b>Öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme</b>	Genelleme ve formül oluşturmaya cesaretlendirme	3	10		
	Hipotez/Formül/Kural/Genellemelerin sınıf önünde ifade edilmesini isteme	17	18	20	28
		<b>Toplam</b>		374	295

## 5. Tartışma ve Sonuç

Rutin olmayan matematik problemi çözme genel olarak zor bir bilişsel görev olup farklı bilgi ve becerilerin işe koşulmasını gerektirmektedir (Elia, van den Heuvel-Panhuizen ve Kolovou, 2009; Kolovou, 2011). Öğretmen veya bir başka yetişkinin vereceği desteğin niceliği ve niteliği bu süreçte önemli bir rol oynamaktadır. Bu çalışmada aynı bir rutin olmayan matematik probleminin çözümünü sürecinde iki farklı öğretmenin verdiği desteğin niteliği ve niceliğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda öğretmenlerin kullandığı destek türlerine, bunların süreç içinde nasıl değiştiğine ve öğretmenler arasında kullanılan destek türleri bağlamında ne çeşit farklılıklar olduğuna odaklanılmıştır.

İlk olarak, etkinliğin genel sürecine yönelik bulgular, öğretmenlerin problemi öğrencilere tanıtmak için seçtikleri yaklaşımların ortaya koydukları öğrenme desteği hakkında bazı ipuçları verebileceğini göstermektedir. Aslı Öğretmen oyunu kare durumlar ve dikdörtgen durumlar olmak üzere iki parçaya ayırarak, bir başka anlamda görevi basitleştirerek işe başlamıştır. Aslı Öğretmen bunun ötesinde, katıldıkları rutin olmayan problemlerin incelendiği projede ele alınmayan “tek tek kırma kuralı” gibi bir kuralla etkinliğe başlayarak etkinliğe daha basit bir giriş yapmayı tercih etmiştir. Büşra Öğretmen ise Aslı Öğretmen’in aksine, en genel kuralla etkinliğe başlamayı tercih etmiş, ama bir öğrencinin sorusu üzerine, hemen basit durumların ilk önce incelenmesi ile problemin çözümünde daha kolay ilerleneceği anlamını taşıyan açıklamalar yapmıştır. Başka bir ifadeyle, her iki öğretmen de öğrencilerin ne gibi bir desteğe ihtiyacı olduklarını tam olarak gözlemlemeden ve öğrencilerin problemin kuralarını anlayıp kendi stratejilerini ortaya koymalarını beklemeden problemin bilişsel yükünü azaltmaya yönelik destekler ortaya koymuşlardır.

Her bir öğretmenin üç hafta süren uygulamalarının içerik analizi öğretmenlerin öğrenme desteği kapsamına giren haftalık iki ders saati boyunca 350-400 destek eylemi gibi çok yüksek miktarlarda eylem ve söylemde bulduklarını göstermiştir. Bir kısmı tüm sınıfa yönelik bir kısmı ise



gruplara yönelik olan bu desteğin bu derece yoğun olması, problemin rutin olmayan bir problem olması, oyun temelli yapısı, kırma kurallarının yanı sıra oyunun oynanış şeklinin anlaşılması için belirli bir süre gerekmesi gibi, söz konusu olan problem durumunun doğası ile açıklanabilir.

Roehler ve Cantlon (1997) tarafından belirlenen destek türlerine göre yapılan içerik analizi öğretmenlerin verdiği desteğin üçte birinin *bedeflenen davranışı modellemeye* yönelik olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda öğretmenlerin gerek genel çalışma yöntemi bağlamında (sistemik ilerleme, not alma, gibi) gerekse problem özelinde (problemi basitleştirme, bulunan çözümü deneme, gibi) problemi kavramalarını ve problemin çözümünde daha rahat ilerlemelerini sağlayacak destekler verdikleri tespit edilmiştir. İkinci sırada, yine yaklaşık üçte birlik bir oranla *öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme* destek türü gelmektedir. Bu destek, öğretmenlerin öğrencilere sordukları stratejilerini sorgulatmaya, çözüm yollarını açıklamaya, hipotezlerini onaylatma veya çürütmeye yönelik eylemlerinden oluşmaktadır. Üçüncü sırada olan *öğrencinin katılımını sağlama* destek türü, öğrencilerin problemi veya alt basamaklarını anlayıp anlamadıklarını kontrol etmeye, buldukları stratejiler hakkında düşünmeye itmeye yönelik sorulardan ve bu bağlamda verdikleri açıklamalardan oluşmaktadır. Dördüncü sırada görünen *açıklama verme* destek türü ise öğretmenlerin göreve ait kurallarla ve görevin amacıyla ilgili söylemlerinden, uyarılarından ve hatırlatmalarından oluşmaktadır. Öğrencilerin çözüme yönelik düşüncelerini ve çözümlerini ifade etmelerini sağlayacak *öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme* destek türü en az rastlanan destek türü olmuştur. Öğretmenlerin genel olarak, öğrencilerin problemin çözümüne ulaşmalarını ve görevden kopmamalarını sağlayacak destek türlerine daha çok başvurdukları ve *öğrenciyi çözüm için fikir öne sürmeye davet etme* gibi öğrenciyi sürecin merkezine oturtan destek türlerini çok az kullandıkları söylenebilir. Bu durum öğretmenlerin daha çok doğrudan destek (Silliman ve Wilkinson, 1994) verme eğiliminde oldukları ve motive edici bir rol (De Smet, vd., 2008) üstlendikleri şeklinde yorumlanabilir. Bununla birlikte, “çözüm yolunu / hipotezleri ifade etme, tartışma ve değerlendirmeye yönlendirme” gibi gözlemlenen pek çok alt kategori, öğretmenlerin destekleyici destek de (Silliman ve Wilkinson, 1994) verdiklerini ve yer yer bilgi inşa edici (De Smet vd., 2008) bir rol de üstlendiklerini göstermektedir.

Öğretmenlerden her birinin desteğinin haftalara göre nasıl değiştiği ve bir öğretmenden diğerine ne tür farklıklar olduğu sorusuna gelince, ilk hafta her iki öğretmen için de desteğin en yoğun olduğu haftadır. Aslı Öğretmen’in ilk hafta Büşra Öğretmen’den daha fazla destek verdiği, ikinci hafta ise Büşra Öğretmen’in verdiği destek miktarı değişmezken Aslı Öğretmen’in verdiği destek miktarının azalarak Büşra Öğretmen’inki ile aynı seviyeye ulaştığı görülmüştür. İlk haftada her iki öğretmen için de problemin tanıtımının yapıldığı, oyunun kurallarının anlaşılmasına çalışıldığı ve kazandıran eylemlerle ilgili ilk sezgilerin oluştuğu ve ilk kuralların bulunduğu haftadır. İlk hafta gözlemlenen destek miktarı, öğrencilerin bu tarz bir problemle daha önce karşılaşmadıkları için öğretmenlerin desteğine daha çok ihtiyaç duymaları ile açıklanabilir. İlk hafta her iki öğretmen de en çok *bedeflenen davranışı modelleme* destek türüne başvurmuşlardır. Bu destek türü görevin ve araştırma yönteminin anlaşılmasına yönelik alt destek kategorileri içerdiğinden ilk hafta en çok bu destek türüne rastlanması yine öğrencilerin problem durumunun alışık olmadıkları yapısı ile açıklanabilir. Bununla birlikte öğretmenlerin bu ilk haftadaki destek yaklaşımında bazı farklıklar göze çarpmaktadır. Aslı Öğretmen çok baskın olarak *bedeflenen davranışı modellemenin* bir alt kategorisi olan “önerilen çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme” alanında öğrencilere destek vererek problemin çözümü için nasıl yaklaşılması gerektiğini göstermeye çalışırken Büşra Öğretmen, buna ek olarak, göreve ait kurallarla ilgili daha çok açıklama vermektedir. Öğretmenler arasındaki bu farklılığın belirli oranda problemi sınıflarına tanıtmak için seçmiş oldukları yaklaşımdan kaynaklandığı düşünülmektedir. Aslı Öğretmen problemin kuralını basitleştirerek ve problemi iki aşamaya ayırarak tanıtmış, Büşra Öğretmen ise en genel haliyle tanıtmıştır. Büşra Öğretmen’in öğrencilerinin bu nedenle daha çok kurallara yönelik açıklamaya ihtiyaç hissettikleri düşünülebilir.

İkinci hafta daha çok problemin farklı durumlarını inceleme haftasıdır. Birinci haftadan ikinci haftaya Aslı Öğretmen'in verdiği destek *bedeflenen davranışı modellemeden öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirmeye* doğru bir kayma göstermiş, Büşra Öğretmen'in verdiği destek ise *açıklama vermeden* (özellikle göreve ait kurallarla ilgili) *bedeflenen davranışı modellemeye* (özellikle çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme) ve *öğrencinin katılımını sağlamaya* (özellikle çalışmalarını özetlemelerini isteyerek) doğru kaymıştır. Öğretmenlerin destek türlerindeki bu değişimin yine birinci hafta problemin nasıl sunulduğu ile ve ilk hafta sağlanan ilerleme ile ilgili olduğu düşünülmektedir. Aslı Öğretmen'in ilk hafta problemi aşamalı olarak tanıtmayı seçerek *bedeflenen davranışı modellemeyi* daha kolay başardığı, Büşra Öğretmen'in ise problemi en genel şekliyle tanıtmamasının ilk hafta kuralların anlaşılmasına odaklanmasını gerektirdiği ve ancak ikinci hafta *öğrencinin katılımını sağlayarak bedeflenen davranışı modellemeye* yönelebildiği söylenebilir.

Çoğunluğu değerlendirmeye adanan son haftada öğretmenlerin *bedeflenen davranışı modelleme* destek türü ve bunun altında da "önerilen çözüm yollarının farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme" alt kategorisine bu aşamada tekrar yoğun bir biçimde başvurmaları, beklenen problem çözme yaklaşımlarını ve doğru çözümleri tüm sınıfın görmesi için harcanan çaba bağlamında yorumlanabilir.

Haftalara göre gözlemlenen bu değişimler, öğretmenlerin verdiği desteğin niceliğinin ve niteliğinin problemi tanıtmak için seçilen yaklaşımla yakından ilişkili olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Sonuç olarak, her iki öğretmenin de doğrudan destek verme eğiliminde olmakla birlikte yer yer motive edici ve bilgi inşa edici roller üstlendikleri ve bu bağlamda tek yönlü ve sabit bir destek yaklaşımı yerine çok yönlü ve dinamik bir destek yaklaşımı ortaya koydukları söylenebilir. Benzer şekilde, öğretmenlerin destek yaklaşımlarının süreç içinde farklılaştığı, bu farklılığın belirli oranda ilk başta benimsenen yaklaşımla ve belirlenen hedeflerle ilişkili olduğu söylenebilir.

Bu sonuçlar, kompleks bir süreç olan rutin olmayan problem çözme sürecinin öğretmenler tarafından yönetiminin ve desteklenmesinin de kompleks ve dinamik bir süreç olduğunu göstermektedir. Diğer yandan bu sonuçlar öğretmenlerin desteğinin, problem, problemin amaç ve kazanımları, öğrencilerinin rutin olmayan problemlerle ilgili tutum ve becerileri hakkındaki görüşlerinden etkilenebileceği sonucuna götürmektedir. Öğretmenlerle etkinliklerin başında, etkinlik süresince ve etkinliklerin sonunda yapılacak görüşmelerle rutin olmayan problem çözme sürecinde verdikleri desteğin niceliğini ve niteliğini etkileyen faktörler hakkında derinlemesine bilgi elde edilebilir. Böylelikle öğretmenlerin rutin olmayan problem çözme durumlarında verdikleri desteğin niteliğini arttırmaya yönelik daha etkin çalışmalar ve eğitimler gerçekleştirilebilir.

### Kaynakça

- Altun, M. (2006, July). Teacher trainees' skills and opinions on solving non-routine mathematical problems. Paper presented at the International Conference on Teaching of Mathematics 3 (ICTM3), Istanbul, Turkey.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academic Publishers (Springer).
- Byrnes, B. (2001, Second Edition). *Cognitive Development and Learning in Instructional Contexts*. Boston: Allyn and Bacon.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Colipan X., (2016) Development of Scientific Activity in the classroom through the study of Combinatorial Games, the Example of the Chocolate Game, *BOLEMA*, vol. 30(55), 691-712.
- De Bock, D., Verschaffel, L. & Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 65-83.
- De Smet, M., Van Keer, H., & Valcke, M. (2008). Blending asynchronous discussion groups and peer tutoring in higher education: An exploratory study of online peer tutoring behavior. *Computers and Education*, 50(1), 207-223.

- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem-solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM—The International Journal of Mathematics Education*, 41, 605-618.
- Gaskins, I.W., Rauch, S., Gensemer, E., Cunicelli, E., O'Hara, C., Six, L., & Scott, T. (1997). Scaffolding the development of intelligence among children who are delayed in learning to read. In K. Hogan & M. Pressley (Ed.), *Scaffolding student learning: Instructional approaches and issues* (pp. 43-73). Cambridge, MA: Brookline.
- Godot, K. & Grenier, D. (2004, July). Research situations for teaching: a modelization proposal and examples. Paper presented at the Tenth International Congress on Mathematical Education (ICME 10), Copenhagen, Denmark.
- Kolovou, A. (2011). *Mathematical problem solving in primary school*. Doctoral thesis, Utrecht: Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Faculty of Science, Utrecht University.
- Lester, F., Garofalo, J. & Kroll, D. (1989). *The role of metacognition in mathematical problem solving: A study of two grade seven classes* (Final report to the National Science Foundation, NSF Project No. MDR 85-50346). Bloomington: Indiana University, Mathematics Education Development Center.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Nancarrow, M. (2004). *Exploration of metacognition and non-routine problem based mathematics instruction on undergraduate student problem solving success*. Unpublished Doctoral Thesis (Ph.D.), The Florida State University, Florida.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Puntambekar, S. & Hubscher, R. (2005). Tools for scaffolding students in a complex learning environment: What have we gained and what have we missed? *Educational psychologist*, 40 (1), 1-12.
- Roehler, L. R. & Cantlon, D. J. (1997). Scaffolding: A powerful tool in social constructivist classrooms. In K. Hogan, & M. Pressley (Eds.), *Scaffolding Student Learning: Instructional Approaches and Issues* (pp.6-42). Cambridge, MA: Brookline Books.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Eds.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Silliman, E.R., & Wilkinson, L.C. (1994). Discourse scaffolds for classroom intervention. In G.P. Wallach & K.G. Butler (Eds.), *Language learning disabilities in school-age children and adolescents* (pp. 27-54). Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. In M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner and E. Souberman, (Eds.), Cambridge: Harvard University Press.
- Vygotsky, L.S. (1981). The genesis of higher mental functions. In J.V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 144-188). Armonk, New York: Sharpe.
- Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-100.

## Ek-1

Destek türü	Alt kategori	Gözlenen destek	Örnekler
Hedeflenen davranış modelleme	Araştırma yöntemleriyle ilgili yol gösterme	-Strateji geliştirmek için araştırma yöntemi/çalışma yöntemi önerme -Not alma -Çizim yapma	- "Bak şimdi şunu bir sistematige bağlamanız lazım bu şekilde karışık karışık gitmeyin yani. Şimdi siz en son kareleri bulmuşsunuz değil mi? Şimdi şunları bulun istiyorum ben, hepsini bulun mesela bunların." - "O zaman bunu not alın, şekli çizim. Burada ilk başlayan kazanır, nasıl başlayacak, nasıl devam edecek onları da not alın." - "O kadar büyük çizmene gerek yok. İstersen çevir sayfayı başka çiz, küçük çizim. Şuysu ya ilk oynamaz, bunu çizim daha kolay olur."
	Görevi basitleştirme, alt basamaklara ayırma (Alt basamakları belirleyerek yönlendirme)	Parametre belirleme Parametre değişimi isteme	- "Ben ilk başta sizden tek parça kopartarak oyunu oynamanızı istiyorum ve kare şeklinde çikolatalar yapmanızı istiyorum. [...] İlk bu 2x2'lik yani dört tane parçadan oluşan denemenizi isteyeceğim. Sonra 3x3'lük, 4x4'lük ve her seferinde bir parça kırarak yapacağız" - "3x4'lüğe geçin o zaman"
	Deneme ve gözlem yapmalarını isteme	Deneme yapmaya yönlendirme	- "Tamam o zaman deneyelim dertliyi, ne yapacaksınız şimdi?" - "Bir deneyin bakalım oluyor mu?" - "Şunu alırsam üç üçlüye dönüşüyor, şunun hepsini alırsam zaten gidiyor, şunları alırsam?" - "Sen üç tane aldın diyelim, o bir tane aldı diyelim"
	Önerilen çözüm yollarını farklı durumlardaki geçerliliğini deneme ve değerlendirme	Stratejiyi farklı durumlar için deneme /değerlendirme	- "Oyle almadı diyelim"
Açıklama verme	Görevde kullanılacak materyallerle ilgili	Materyal tanıtımı Materyal (kullanım, sıralama, vs)	- "Bunlar ne? Çikolata parçaları değil mi? hangisi zehirli?" - "Herkeste bir tane kırmızı çikolata parçası var" - "Şimdi her zaman yapmamız gereken zehirli çikolatayı bu köşeye, sol üst köşeye yerleştireceğiz ve yanına diğer çikolatalardan yerleştireceğiz."
	Göreve ait kurallarla ilgili	Oyun kurallarının açıklanması /hatırlatılması Kırma kuralı tanıtım Kırma kuralı (hatırlatma, onaylama, düzeltme)	- "İki kişilik bir oyun, ilk başta birinci oyuncu oynayacak sonra ikinci, yani hamle sırası karşılıklı, aynı satranç gibi bir sen oynayacaksın bir ben şeklinde karşılıklı değişecek." - "Sola ve aşağıya doğru kırma hareketi yapabiliyorsunuz. Yukarı kırma hareketi yapamıyorsunuz. Sola, aşağıya kırma hareketi yapacağız tamam mı?" - "Normal çikolata kopartır gibi evet." - "Bunu kıramıyoruz. Sol aşağı yaptığımız için şuradan tekli aldığımız için buradan başlamamız gerekir."
	Görevin amacıyla ilgili	Oyunun amacının açıklanması /hatırlatılması Kazanan stratejiyi bulma konusunda hatırlatma/açıklama	- "Yemeyeceğiz. Evet oyunumuzun en öncelikli amacı, zehirli çikolatayı yememek olacak." - "Amaç şu zehirli olan çikolatayı rakibe bırakmak" - "Siz şimdi grup halinde düşünüyorsunuz kural bulacaksınız ya." - "Ama ben şunu merak ediyorum acaba başka bir taş alarak kazanma ihtimali var mı? Kesinlikle kazanabileceğin bir yol" - "Şimdi iki tarafta yenmek için oynayacak, acele etmeyin"
Öğrencinin katılımını sağlama	Görevle ilgili tahmin isteme	Oyun hakkında tahmin isteme	- "Tamam nasıl bir oyun olabilir sizce, tahmini olan var mı oyunla ilgili?" - "Birinci oyuncu bunu aldığı anda mutlaka ne yapıyor, kazanıyor" - "Neye geldi 3x4 lüğe mi geldik? 3x4 lük te böyle mi kazanıyorduk?" - "Kim oyuna başlarsa kazanır?" - "Başlayan kaybettiler" - "Peki şey miydi Buğra hatırlıyor musun yani biz tek parça kopardığımızda böyleydi, iki üç daha fazla sayıda parça koparsak değişiyor muydu bu kural?"
	Çözümle ilgili hipotezleri ifade etme, tartışma ve değerlendirmeye yönlendirme	Hipoteze yönlendirme (ip ucu verme, ifade etmelerini isteme) Bulunan kuralı tartışmaya/değerlendirmeye açma	- "3x3 lüğü deniyorsunuz değil mi?" - "Nasıl gidiyor? 3x3 lüğü çözdünüz mü?" - "Evet ne yaptınız?" - "Herkes oynadı mı? oynadınız mı? Kimler yendi?" - "Evet ikilileri buldunuz mu siz kaçtadınız?"
	Öğrencilerden çalışmalarını özetlemelerini isteme.	Parametre sorgulama Durum sorgulama	



Öğrencinin kavrayışını kontrol etme ve netleştirme	Çözüm yoluna açıklama ve uygulama	Strateji sorgulama/deneme	- "Şu durumda sıra sendeyse kazanıyorsun, doğru mu?" - "Bir almazsa ne olur?" - "Nasıl başlamalı birinci oyuncu?" - "Ben bunu alırsam zaten şunu yapıp alırsınız değil mi?"
	Çözüm yolunu /hipotezi çürütme ya da reddetme	Strateji çürütme Hipotezi reddetme/çürütme	- "Tamam o zaman ben ikisini alırım, kaybedersin" - "İkinci oyuncu niye onu alsın ki yenilmek için, ikinci oyuncu akılıysa bunu alır yener." - "Bunu da yanlış bulmuşsunuz şuna bir bakın bunda da aynı şey geçerli mi?" - "Demek ki her seferinde öyle olmuyor" - "Yani bu olmamış şimdi, bunu tekrar biraz daha düşünün"
	Çözüm yolunu /hipotezi onaylama	Stratejiyi onaylama Hipotezi onaylama	- "Bunu alırsam üçlüye geçiyor, olmuş herhalde ya olmuş galiba değil mi?" - "Eşitlersiniz, hepsini alsam olmuyor, tamam buda olmuş o zaman" - "Aferin, bunları not alacaksınız, bu şekilde nasıl oynarsak kazanırız, onu gösterin bana, sonra şekli büyütün."
	Bulunan çözüm yolu/hipotez/kuralı açıkça ifade etme	Kabul edilen hipoteze referans yapma Bulunan kuralı hatırlatma Sınıf önünde bulunan hipotezlerin ifade edilmesi	- "Evet o ikisini aldın, bu hale geldi, başladığımızı buldun" - "Şimdi bakın şu olduğunda her türlü kazanıyordunuz, doğru mu?"
Öğrenciyi (görevin tamamlanması için) fikir öne sürmeye davet etme	Genelleme ve formül oluşturmaya cesaretlendirme	Kural /hipotez kuralının formülleştirilmesi (yönlendirme, ifade etme)	- "Nasıl genelleyeceğiz bunu, ne diyeceğiz?" - "Eğer bunların hepsinde aynı sonucu buluyorsanız demek ki devamında da böyle olacak." - "O zaman şimdi şunu bulun, sonra genellenemizi yapın eğer bunda da sağlıyorsa" - "Bunu nasıl ifade edebiliriz matematiksel olarak? cebirsel ifadeleri görüldü."
	Hipotez/Formül/Kural/ Genellemelerin sınıf önünde ifade edilmesini isteme	Sınıf önünde bulunan hipotezlerin /stratejilerin ifade edilmesinin istenmesi	- "8 tanesini kopartacak bu kez, hep ne yapıyor iki iki artarak gidiyor, siz de bulmuş muydunuz Ahmet bunu" - "Arkadaşlarınız da tam tersi dikdörtgenin yine 3, 2x3 lük dikdörtgen çıkartmış ama göster onu tahtada" - "Evet çocuklar... ilk olarak summak isteyen? hangi grup summak ister ilk olarak"

### Extended English Abstract

#### Introduction

The role of the teacher in education system mostly consists of designing learning environments and guiding students throughout learning activities in order to reach the expected learning goals (Chevallard, 1999). This guidance of the teacher can be defined, in a broad meaning, as scaffolding. Scaffoldings provided by the teacher may have both physiological and cognitive goals (Wood et al., 1976). Roehler and Cantlon (1997) defined five cognitive scaffolding techniques that can be lead students to a meaningful learning. These are (1) modeling of desired behaviors (through examples and encouragement to adopt a similar schemata in resolving the task), (2) offering explanations (to assist students in understanding the underlying concept and its relevance in the given situation), (3) inviting student participation (by eliciting students' reasoning to support a statement or by creating opportunities for complex expression), (4) verifying and clarifying students' understandings (by providing explicit and positive feedback), and (5) inviting students to contribute clues (by encouraging students to offer clue about how to complete the task).

Problem solving is one of the pillars of mathematics teaching and, developing students' problem solving skills has an important place in the curricula and in the literature of mathematics education. Studies show that students of all grades have difficulties in solving non-routine mathematical problems and, they cannot effectively use problem solving strategies, except most simple ones (De Bock et al., 1998). Determining the quality and the quantity of the scaffoldings provided by the teachers appears to be relevant in this context. Within the framework of the classification given by Roehler and Cantlon (1997), the aim of this study was to examine scaffoldings provided by the teachers in the context of non-routine problem solving. The following research questions were investigated:

- What are the scaffolding techniques that teachers use to help student solve non-routine problems?



- How do these techniques evolve in this process?
- Do scaffolding techniques differ from one teacher to another?

### Method

Two mathematics teachers from different middle schools were participated in the study. The teachers were willing to conduct non-routine and extracurricular mathematical activities with their students and, they had participated before in a teacher training program on non-routine and material-based problem solving. The study was conducted during an optional mathematics course for sixth graders. The data were gathered via video-records of the teachers' actions and discourses during the solution of a same material-based non-routine problem, which lasted three weeks with 2 hours weekly session. The data were analysed using content analysis technique. Among the teachers' discourses and explanations, those which can be considered as scaffolding were identified and coded. Then, sub-categories were formed. Under the five main categories, 16 sub-categories were obtained. Research questions were examined both qualitatively by analysing the whole process and quantitatively by comparing the frequencies of the categories and sub-categories.

### Results

The teachers adopted different ways of introducing the problem. While the first teacher split the problem into various phases for facilitating it for the students, the second teacher introduced the problem with the most general form. In total, 1320 scaffoldings for the first teacher and 1036 scaffoldings for the second teacher were identified. It was found that the scaffolding techniques *modeling of desired behaviors* (34%) and, *verifying and clarifying students' understandings* (32%) were most frequent while *inviting students to contribute clues* (2%) was the less frequent scaffolding technique. The scaffolding techniques *inviting student participation* and *offering explanations* were observed respectively in 17% and 15% of the scaffoldings. Among sub-categories, the most frequent were: testing the validity of the solutions founds for different cases (modeling of desired behaviors), inviting students to explain and to apply the solution (verifying and clarifying students' understandings), asking students to summarize their approaches and solutions (inviting student participation) and, explanations about the rules of the problem (offering explanation).

When the scaffoldings provided by the teachers were analysed according to the weekly sessions, some changes were observed as well between the teachers' approaches in a session as between the sessions. It was observed that the first teacher shifted from "*modeling of desired behaviors*" to "*verifying and clarifying students' understandings*" although the second teacher shifted from "*offering explanations*" to "*modeling of desired behaviors*" and "*inviting student participation*".

### Discussion and Conclusion

The results showed that teachers intervened intensively in terms of scaffolding and the aims of these interventions mostly consisted of focusing students' attention on the task and its accomplishment while the techniques, such as inviting students to participate, which could allow to place students at the centre of the activities, were less utilized. In other words, the teachers had tendency to give directive scaffoldings (Silliman and Wilkinson, 1994) and they adopted the role of motivator (De Smet et al., 2008). However, sub-categories and their frequencies showed that the teachers also provided supportive scaffoldings (Silliman and Wilkinson, 1994) and they sometimes adopted the role of knowledge constructor. As a conclusion, the teachers provided a dynamic and multi-dimensional scaffolding instead of adopting a fixed and unidimensional scaffolding. Similarly, it can be concluded that the scaffoldings provided by the teachers vary depending on the evolution of the sessions and this variation seems to be affected by the approaches adopted for the introduction of the problem.

As a conclusion, the study shows that scaffolding students in non-routine problem solving environment is a dynamic and complex process for the teachers. Further studies are needed to examine how scaffoldings provided by the teachers depend on their views about non-routine problem solving and about their students.